Einmaleins einmal anders

oder:

„Das muss man eben nicht nur auswendig lernen“

Autor: Fohringer Gabriele

Akademielehrgang: LernberaterIn Mathematik

Themensteller: Mag. Michael Gaidoschik

Litschau, 2007

1.Vorwort

Am Anfang war die Ausschreibung: LernberaterIn Mathematik, Dauer 2 Jahre, Lehrveranstaltungen voraussichtlich in St. Pölten.

Da mich Mathematik schon seit jeher interessiert, sprang mir diese Ausschreibung ins Auge. Dann aber überwogen meine Zweifel: 2 Jahre lang andauernd vom nördlichsten Waldviertel nach St. Pölten fahren, im Sommer als auch im Winter, nein, das wollte ich mir eigentlich nicht antun. Ab und zu spukte der Gedanke an diesen Lehrgang aber doch noch in meinem Kopf herum. Zwei Tage später bekam ich dann einen Anruf von Frau BSI Albl-Wolf mit dem Auftrag, diesen Lehrgang zu absolvieren. Ehrlich gesagt: Wirklich gewehrt habe ich mich nicht, denn eigentlich wollte ich ja daran teilnehmen. Und nun hatte ich auch eine gute Ausrede: Ich wurde von der Frau Bezirksschulinspektorin geschickt.

So begann meine Weiterbildung und ich muss sagen, dass ich heute wirklich froh bin, sie gemacht zu haben. Es ist einfach toll, vieles von dem Gelernten mit der eigenen Klasse auszuprobieren, auch wenn manches im totalen Chaos endet. Aber wenn die Kinder am Ende einer Mathematikstunde sagen: „Was, die Stunde ist schon aus, wir haben doch gar nicht gerechnet!“, dann ist es für mich ein Beweis, dass Mathematik auch Spaß machen kann und es den Kindern oft gar nicht bewusst wird, wie viel sie in Wirklichkeit gerechnet und gelernt haben.

Ich unterrichte derzeit eine 2. Klasse mit 15 Kindern. Ein Kind davon hat Sonderpädagogischen Förderbedarf und nur beim Aufbau des Operationsverständnisses mitgearbeitet. Ein anderes Kind ist rechenschwach und arbeitete in seinem eigenen Tempo. Wenn also von „allen Kindern“ die Rede ist, sind diese beiden meist nicht mitgerechnet.

Schon zu Beginn dieses Schuljahres kamen einige Kinder oft auch ganz ängstlich zu mir und fragten mich, wann wir denn mit dem Einmaleins beginnen würden. Sie hätten bereits mit der Mama begonnen es auswendig zu lernen, denn es sei ja so schwer, sich das alles zu merken.

Vor zwei Jahren noch hätte mich das wahrscheinlich sehr gefreut, doch nun wollte ich mehr. Ich wollte, dass „meine Kinder“ das Einmaleins auch verstehen und sich zu helfen wissen, wenn sie einmal eine Rechnung nicht mehr im Gedächtnis behalten hatten. Deshalb machte ich sie sanft aber bestimmt darauf aufmerksam, dass wir das in der Schule zu gegebener Zeit schon machen würden und sie keine Angst davor zu haben bräuchten. Denn es kommt leider nicht selten vor, dass das Einmaleins für einige Kinder zum Horrorgespenst wird, weil sie es sich eben einfach „nicht merken können“.

Aus diesem Grund nahm ich mir vor, mich intensiv mit der Problematik des Einmaleins auseinanderzusetzen und habe auch darum meine Abschlussarbeit zu diesem Thema gewählt.

2. Es war einmal…

Das Einmaleins ist neben der Erschließung des Zahlenraums 100 das Hauptthema der zweiten Schulstufe. Da ich mich an einer Schule befinde, wo es immer nur eine erste und zweite Klasse gibt, (wir sind im Schulverband mit der Nachbargemeinde, dort befinden sich immer die dritte und vierte Klasse) wollte ich mich etwas genauer mit dem Einmaleins beschäftigen und herausfinden, wie ich es den Kindern beibringen könnte, ohne alles dem Fleiß der Eltern zu überlassen, die mit den Kindern Sprüche ohne wirkliche Bedeutung auswendig lernen.

Um etwas klar zu stellen: Ich bin immer noch der Meinung, dass die Kinder das Einmaleins automatisieren müssen, sonst können sie in den höheren Klassen die schriftlichen Rechenverfahren nicht bewältigen. Doch darf diese Automatisierung nicht durch stures Auswendiglernen ohne Verständnis und Hilfen erfolgen.

Noch vor zwei Jahren war auch ich der Meinung, dass „MAN" das Einmaleins einfach nur auswendig lernen muss, da es ja schon immer so war, und es ja noch alle irgendwie geschafft hätten. Ich war zwar bestrebt darauf zu achten, den Kindern zu erklären, was malnehmen heißt, doch kam mir nie in den Sinn, das Einmaleins durch die Kinder erarbeiten zu lassen. Wie so viele andere Lehrer auch, hatte ich „tolles" Tafelmaterial, zum Beispiel Dreiecke für die Erarbeitung des Dreier-Einmaleins, Spinnen für die Erarbeitung des Achter-Einmaleins (acht Beine) usw.

Nachdem ich den Kindern die Bilder der jeweiligen Reihe an der Tafel dargeboten hatte, wurden die Malsätzchen daneben geschrieben und ausgerechnet, indem wir immer die gleiche Anzahl (z. B. drei Ecken) addierten. Den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Addition erklärte ich aber nicht. Dann memorierten wir die Reihe so oft, bis ein Teil der Klasse sie halbwegs konnte. Nun ließ ich die Kinder mit den von mir hergestellten 1•1-Materialien (z. B. Klammerkarten, Rechenschieber, LÜK, Einmaleinsspinne, Rechendächer usw.) arbeiten. Dies war, von meinem heutigen Wissenstand aus gesehen, eigentlich eine sinnlose Tätigkeit.

Ich bin zwar noch immer der Meinung, dass diese „Lernspiele" sich gut zum Festigen der 1•1-Reihen eignen (vor allem wenn man bessere Schüler gemeinsam mit schwächeren Schülern spielen lässt, die ihnen Hilfestellung durch Nachbar-, Umtausch- oder Königsaufgaben geben). Nur hatte ich damals den Kindern keinerlei Möglichkeit geboten, sich die einzelnen Sätzchen auszurechnen. Sie sollten sich die Sprüchlein eben einfach nur merken, was für Kinder mit schlechter Gedächtnisleistung ein fast aussichtsloses Unterfangen darstellt.

Es durfte zwar jeder, wenn er eine Rechnung nicht mehr wusste, zur Tafel gehen und nachsehen, aber ich möchte gar nicht wissen, wie viele von den Kindern das nicht gemacht und einfach resigniert haben.

Die viele Zeit, die ich den Kindern anbot, um mit den Einmaleins-Materialien zu arbeiten, war eigentlich für alle eine vergeudete Zeit. Denn die, die sich die Einmaleinssätzchen bereits gemerkt hatten, brauchten die Lernangebote nicht mehr, und jene, die die Aufgaben noch nicht auswendig wussten, waren total überfordert und hatten keine Chance, die Übungen selbständig zu bewältigen.

Denn auch wenn ich ihnen an der Tafel gezeigt hatte, dass jedes Mal nur die gleiche Menge dazu kommt, war es für sie nicht möglich, die Einmaleins-Rechnungen auszu**rechnen**. Dies hatte folgende Gründe:

- Ich ging nach dem jeweiligen Buch vor, und der Zahlenraum 100 war zum Zeitpunkt der Erarbeitung des Einmaleins noch nicht völlig erschlossen. Das heißt, dass in den mir bekannten Rechenbüchern bereits Einmaleinsreihen bearbeitet werden, bei denen man - möchte man sich ein Einmaleinssätzchen errechnen - Zehnerüberschreitung bzw. –unterschreitung mit Zehner-Einer-Zahlen benötigt. Nur leider wurde diese noch gar nicht erarbeitet.
- Die von mir an der Tafel angebotenen „Erklärungen“ reichten meist nicht einmal den sehr guten Schülern, um das Einmaleins zu verstehen. Diese hatten nur den Vorteil eines guten Gedächtnisses. Aber alle hatten viel zu wenig Einsicht in die Operationen und waren daher auch nicht in der Lage, Nachbaraufgaben, Tauschaufgaben oder Beziehungen zwischen den einzelnen Einmaleinsreihen zu nutzen.

Nach zwei Tagen Einmaleinsmaterialien und verschiedenen Arbeitsblättern „erarbeitete“ **ich** an der Tafel das Einsineins, indem ich die In-Aufgaben den jeweiligen Malaufgaben zuordnete.

Nun bekam jedes Kind z. B. zehn Salzstangerl und sie durften so oft zwei essen, bis keine mehr da waren. Jedes Mal, wenn sie zwei Salzstangerl gegessen hatten, sollten sie einen Strich machen. So kamen wir darauf, dass man fünfmal zwei essen kann, wenn man 10 Solettis hat. Folgerung: 2 in 10 = 5mal.

Dies ist meiner Meinung nach gar keine so schlechte Methode, wenn man sie zusätzlich zu weiteren Messaufgaben macht. Denn das größte Problem bei dieser In-Erarbeitung ist, dass die Kinder im Nachhinein nicht mehr kontrollieren können, ob sie auch richtig gemessen haben. Es ist öfter vorgekommen, dass ein Kind vergaß, einen Strich auf das Blatt zu machen, wenn es zwei Solettis gegessen hatte und so zu einem anderen Ergebnis kam. Jetzt würde ich sagen: „*SUPER, lasst uns doch überlegen, wie wir herausfinden können, wie oft ich zwei aus zehn wirklich herausnehmen kann.*“ Damals aber stellte ich einfach fest, wie oft zwei wirklich in 10 geht, und diejenigen, die ein anderes Ergebnis herausbekommen hatten, mussten mir einfach glauben. Außerdem machte ich meist nur sehr wenige dieser Messaufgaben und nur bei der Zweierreihe und dann nie wieder. Ich verließ mich darauf, dass alle Kinder das IN-Rechnen sofort begriffen hätten. Auch zu den In-Reihen gab es dann Materialien, mit denen die Kinder arbeiten konnten. Ihre einzige Hilfe - außer mir - war wieder die Tafel, an der die Reihen an der Hinterseite standen. Meistens wurden aber weder ich noch die Rechnungen an der Tafel zur Unterstützung herangezogen. Wahrscheinlich waren die Kinder sowohl durch mich als auch durch ihre Eltern der Meinung, dass sie alles auswendig lernen müssten, und das eben noch nicht geschafft hätten.

Jedes Kind hatte einen Einmaleins-Pass. Darin waren für jede Einmaleinsreihe drei Kästchen vorgesehen. Die Kinder sollten das Einmaleins einmal vorwärts, einmal rückwärts und einmal durcheinander beherrschen. Jedes Kind wurde von mir abgefragt. Rückblickend betrachtet fällt mir auf, dass viele Kinder das Einmaleins vorwärts gut konnten. Einige konnten es auch rückwärts recht gut. Aber nur wenige konnten es durcheinander gut, ohne sich die ganze Malreihe immer wieder leise vorzusagen, oder zumindest die Ergebniszahlen. Die Kinder, die das Einmaleins auch durcheinander gut konnten, waren wohl die mit einer sehr guten Gedächtnisleistung, die sich alle 121 Sprüche – zumindest kurzfristig – gut auswendig gemerkt hatten.

Beim Einsineins gab es ohnehin sehr oft größere Probleme und ich musste mit dem Hinweis auf die jeweilige Einmaleinsrechnung weiterhelfen. Leider half auch das oft nicht recht viel, da viele Kinder den Zusammenhang zwischen Einmaleins und Einsineins nicht richtig verstanden hatten. Was ja auch kein Wunder ist, wenn man bedenkt, dass meistens die Malsätzchen noch gar nicht gefestigt waren, und die dazugekommenen Insätze die Kinder völlig verwirrten. Also mussten sich diese Kinder zusätzlich zu den Malsprüchlein auch noch 121 Insprüchlein auswendig merken.

Dank der großen Mühe der Eltern, die die Sätzchen mit ihren Kindern brav trainierten, meisterten aber dann doch fast alle Kinder die große Hürde des Einmaleins und Einsineins. Den anderen wurde eben bescheinigt, dass sie zu wenig gelernt hätten und fleißiger üben müssten.

Im Nachhinein betrachtet kann man nur den Hut vor all jenen Kindern ziehen, die das Einmaleins und Einsineins trotzdem gelernt haben und in so vielen Klassen auch jetzt noch so eintrainieren.

Durch den Mathematiklehrgang hoch motiviert nahm ich mir vor:

DIESES MAL WIRD ALLES ANDERS!

3. Was die Fachliteratur zum Thema Einmaleins meint

Grundsätzlich sind sich alle Fachdidaktiker einig, dass reines Auswendiglernen der Einmaleinsreihen nicht zielführend ist. Außerdem vertreten sie die Meinung, dass ohne ein ausreichendes Operationsverständnis und eine gewisse Sicherheit beim Ausrechnen des Einmaleins die Divisionen - oder im Zusammenhang mit dem Einmaleins besser bekannt als In-Rechungen - nicht im Unterricht behandelt werden sollten.
Jedoch gibt es auch unter den Fachdidaktikern unterschiedliche Auffassungen, wie das Einmaleins am besten erarbeitet werden könnte.

3.1 Die Erarbeitung des Einmaleins nach Wittmann und Müller

Wittmann und Müller stellen in ihrem „Handbuch produktiver Rechenübungen" unterschiedliche Wege vor, auch wenn sie selbst die ganzheitliche Methode der Einmaleinserarbeitung bevorzugen. Diese verschiedenen Wege sind meiner Meinung nach darauf ausgerichtet, die Lehrer vorsichtig an eine neue Art der Einmaleinserarbeitung heranzuführen.
Ihre Vorgehensweise beginnt mit multiplikativen Situationen und Bildern aus der Umgebung der Kinder, etwa Heftstapeln mit der gleichen Anzahl an Heften oder verschiedenen Verpackungen mit gleicher Anzahl an Inhalt.

Darauf folgt das Legen von Malaufgaben mit Plättchen, wobei alle von den Schülern gelegten Möglichkeiten besprochen werden, dann jedoch gleich die Punktefelddarstellung als bevorzugte Legeweise erarbeitet wird.
Sie bevorzugen die Punktefelddarstellung von Anfang an und geben hierfür unter anderem folgende Gründe an:

> In ein- und demselben Feld kann man …viermal sechs Plättchen und sechsmal vier Plättchen gleichzeitig sehen.
> … Die übersichtliche Darstellung gestattet außerdem eine Ökonomie des Abzählens.
> Alle Felder zum 1x1 sind Teilmuster des Hunderterfeldes („zehnmal zehn"-Feld).
> … Zahlreiche multiplikative Muster des täglichen Lebens haben bereits von sich aus Felderstruktur.
> … Die durch das Feld definierte Malaufgabe und ihr Ergebnis können ökonomisch bestimmt werden. (Wittmann/Müller, 1994, 112)

Nach eingehender Bearbeitung und Entdeckungen beim Umlegen der Plättchen wird mit dem Hunderterfeld und dem 1•1-Winkel weitergearbeitet. Dies ist ein Hunderterpunktefeld, auf dem durch Verschieben eines Blattes, aus dem ein Quadrat herausgeschnitten wurde, alle Malaufgaben dargestellt werden können (siehe Seite 21 bzw. Anhang Seite 49).

Nach und nach werden alle gelegten Aufgaben zerlegt und mit Hilfe der Fünfereinteilung am Hunderterfeld errechnet. Hierbei wird nicht auf das Auswendigwissen der Malsätzchen geachtet, sondern auf die additive Zerlegung der Aufgaben.

Zum Beispiel wird die hier aufgezeigte Rechnung wie folgt errechnet:

ein Fünfundzwanzigerfeld = 25

also: 25+ 10 + 7 = 42

7•6= 42

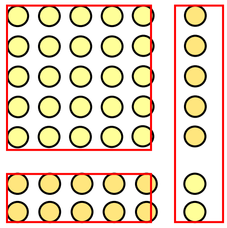
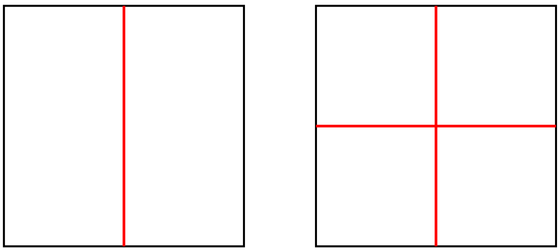


Abb. 1

Eine Möglichkeit, um weiterzuarbeiten sehen sie in der Foliengeraden und dem Folienkreuz.

Abb. 2



rote Gerade auf Overheadfolie rotes Kreuz auf Overheadfolie

Diese können zusätzlich zum Einmaleinswinkel, oder aber auch alleine auf dem Hunderterfeld eingesetzt werden, um Aufgaben in kleinere Aufgaben zu zerlegen oder besser einsichtig zu machen. Die folgende Abbildung zeigt, dass hierdurch das Rechnen oft sehr erleichtert werden kann. Wie hier: 9•9 ist 100-19 oder 10•9 - 9

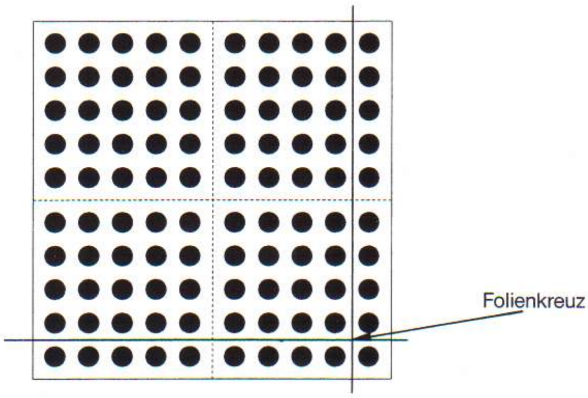


Abb. 3

9 mal 9 brechnet sich aus 100 – 19.

Ich möchte hierzu sagen, dass mir das Arbeiten mit dem 1•1-Winkel leichter fällt und auch besser gefällt.

Womit ich gute Erfahrungen gemacht habe, ist ein 1•1-Winkel aus festen, aber durchscheinenden Heftumschlägen. Hier sieht man die abgedeckten Punkte zwar noch einigermaßen durch, jedoch ist deutlich erkennbar, was abgedeckt wurde.

3.1.1 Der Einmaleinsplan

Die Autoren arbeiten dann mit dem Einmaleins-Plan weiter, für den es zahlreiche Anregungen im Handbuch gibt, etwa zum Übersetzen des Punktefeldes auf eine lineare Reihe, Orientierungsübungen am großen Einmaleinsplan usw. Da mir persönlich diese Art der weiteren Erschließung nicht so zusagt, möchte ich hier auch nicht allzu genau darauf eingehen. So sieht der Einmaleins Plan aus, der einmal groß in der Klasse und für jedes Kind verkleinert vorhanden sein sollte.

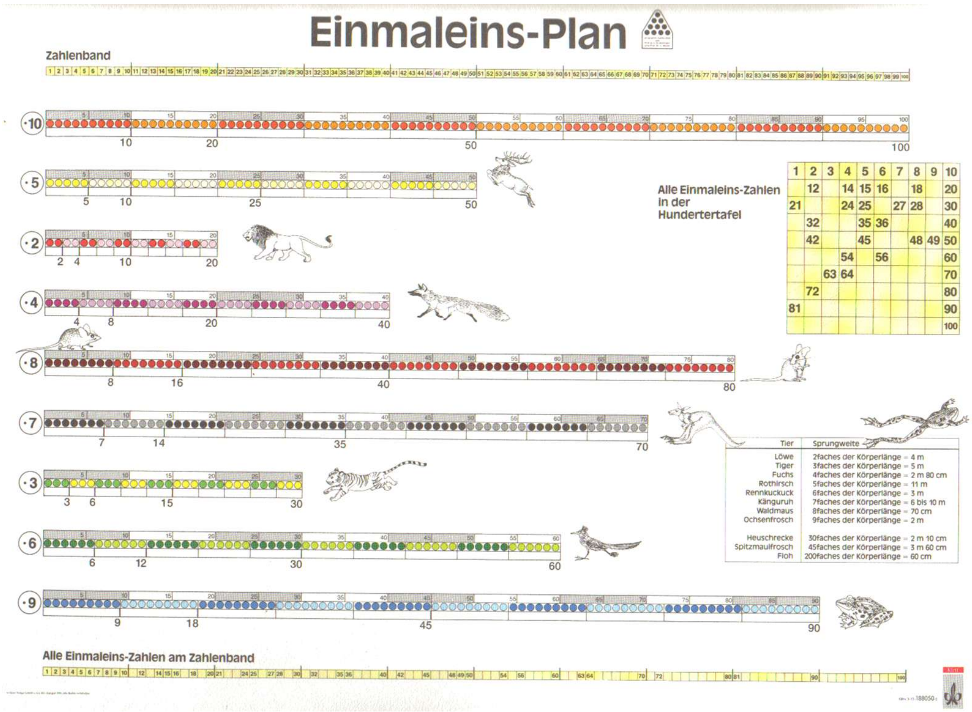


Abb. 4

Ziel der Übungen am Einmaleinsplan sollte es sein, dass zumindest die kurzen Reihen (1•, 2•, 5• und 10•) von den Kindern aus dem Gedächtnis abgerufen werden können. Alle anderen Aufgaben lassen sich dann daraus errechnen. Zur Erläuterung sei folgendes Beispiel gebracht:

Kurze Reihe:	**3**	**6**			**15**					**30**
Lange Reihe	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**	**18**	**21**	**24**	**27**	**30**
			6+3	6+6		15+3	15+6	30-6	30-3	
				15-3				12+12		

Wittmann und Müller (1944) schlagen vor, dass jedes Kind den Plan so lange benutzen kann, wie es möchte, wodurch sich automatisch eine Differenzierung der einzelnen Kinder ergibt.

Obwohl mir, wie bereits erwähnt, der Einmaleinsplan nicht so zusagt, finde ich daran gut, dass man Beziehungen der „verwandten“ Reihen sehr leicht darauf ablesen kann, da diese Reihen immer genau untereinander angeordnet sind.

Eine gute Idee finde ich die Einkleidung der 1•1-Aufgaben in 1•1-Häuser. Diese sind den Kindern aus dem 1. Schuljahr bereits als Rechenhäuser bekannt, wo Zahlen zerlegt werden.

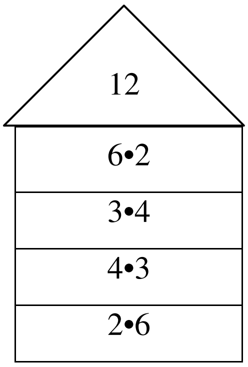


Abb. 5

Mit dem 1•1-Plan können sie so gelöst werden, dass die Zahl, die sich im Dach des Hauses befindet, die letzte ist, die nicht mit z. B. einem Blatt abgedeckt wird. So lassen sich die Rechnungen, die das gleiche Ergebnis haben, einfach ablesen. Viel spannender finde ich es aber, die Kinder selbst auf die Rechnungen kommen zu lassen, indem man ihnen z. B. als Aufgabe stellt: *„Welche verschiedenen 1•1-Aufgaben kannst du mit immer 12 Plättchen legen? Schaffst du es, das ganze Haus zu füllen?“* (Genaue Anleitung siehe Anhang Seite 37)

3.1.2 Die Einmaleins-Tafel (Mal-Tafel)

Die Einmaleinstafel wurde aus der Multiplikationstabelle entwickelt. Es wurden nicht die Ergebnisse, sondern nur die Aufgaben eingetragen. (Eine große Einmaleinstafel ist im Anhang sowohl einmal in Farbe als auch schwarz-weiß zum Kopieren für die Kinder zu finden, siehe Seite 38-39.)

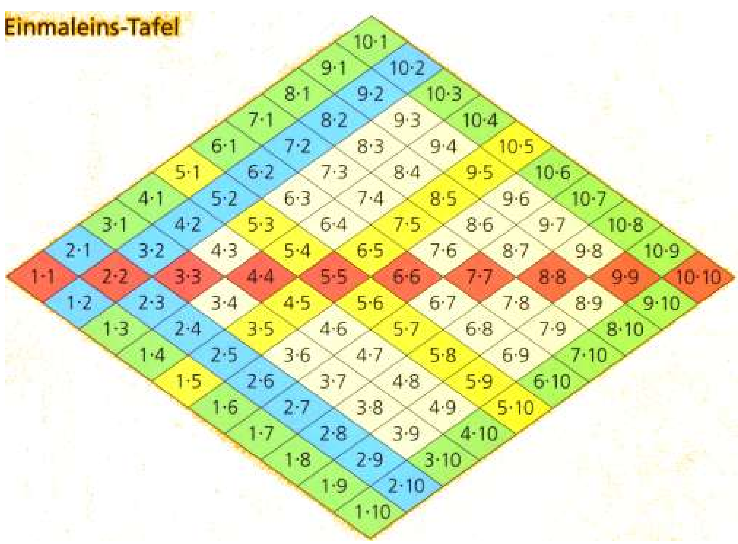


Abb. 6

In der Mal-Tafel sind - wie hier zu erkennen ist – verschiedene Aufgaben verschieden gefärbt. Die Aufgaben mit 1 und 10 (**Randaufgaben**) sind sehr einfach und müssen meist nicht extra gelernt werden. Trotzdem sind es wichtige Aufgaben, das sollten die Kinder wissen; denn man braucht sie zum Errechnen anderer Malaufgaben. Sie sind grün eingefärbt, außer sie gehören zu einer anderen Aufgabenserie.

Alle **Verdoppelungsaufgaben**, also zum Beispiel sowohl 2•4 als auch ihre Tauschaufgaben wie 4•2 sind besonders wichtige Kernaufgaben und bis auf die Aufgabe 2•2, blau eingefärbt.

Zu den **Malaufgaben mit 5** gehören auch die Tauschaufgaben der 5er-Reihe. Sie sind gelb gefärbt, außer jene Aufgaben, die zu einer anderen Serie gehören.

Die **Quadratzahl-Aufgaben** sind Malaufgaben mit gleichen Zahlen, z. B. 4•4, und rot gefärbt. Sie ergeben sich am Hunderterfeld, wenn man den 1•1-Winkel diagonal verschiebt.

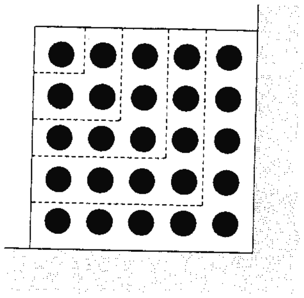


Abb. 7

Wittmann und Müller stellen im Buch folgendes Konzept vor, um mit den Kindern das Einmaleins an der Mal-Tafel weiter zu erarbeiten.

- Orientierungsübungen: Die Färbung der Aufgaben soll von Kindern erklärt werden. Welche Gemeinsamkeit haben die Aufgaben mit der gleichen Farbe? Dabei werden vorerst folgende Aufgaben besprochen:
  - Randaufgaben
  - Malaufgaben mit 2
  - Malaufgaben mit 5
  - Quadratzahlen

  Den Kindern soll klargemacht werden, dass diese Aufgaben besonders wichtig sind, da man, wenn man sie weiß, die restlichen Aufgaben schnell errechnen kann.
- Koordinierungsübungen im Zusammenhang mit dem Einmaleins-Plan und dem Legen der Aufgaben am Hunderterfeld mit dem Winkel
- Operative Aufgabenserien: dabei am Hunderterfeld immer mitlegen, um Veränderungen begründen zu können
  - Aufgaben aus einer bestimmten Reihe oder Zeile
  - Spalte
  - Nachbaraufgaben

- Ausschnitte

Bei Wittmann und Müller findet man eine Vielzahl an Übungsmöglichkeiten und Arbeitblättern, die ein stures Auswendiglernen ohne Verständnis verhindern sollen.

3.2 Was sagen Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling zum Thema Einmaleins

Auch Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling vertreten die Meinung, dass erst dann mit dem Malrechen begonnen werden darf, wenn alle Kinder eine gewisse Sicherheit beim Rechnen im Zahlenraum 100 aufweisen. Außerdem vertreten sie den Standpunkt, dass „ein begriffliches Verständnis vom Multiplizieren und eine gewisse rechnerische Sicherheit im Umgang mit dieser Operation“ (Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling, 1998, 81) bei den Kindern vorhanden sein muss, bevor mit der Division begonnen werden kann.
Hier stehen sie also auf demselben Standpunkt wie Wittmann und Müller.

3.2.1 Die verschiedenen Grundvorstellungen der Multiplikation

Es wird unterschieden zwischen:

- Zeitlich-sukzessiver Aspekt: Eine gleiche Handlung wird öfter wiederholt. (Susi greift dreimal in ihre Tasche und nimmt immer 2 Murmeln heraus.)
- Räumlich–simultaner Aspekt: Gleichgroße Mengen werden als Teil eines Ganzen gesehen (3 Teller mit je 4 Birnen).
- Vergleichsaspekt: Es wird ein Vergleich von zwei Mengen vorgenommen. (Rosi hat 2 Zuckerl. Toni hat dreimal so viele.)
- Kombinatorischer Aspekt: Hier werden alle möglichen Kombination zwischen den Elementen zweier Mengen herausgefunden. (Rosi hat 2 Röcke und 3 Pullover. Wie oft kann sie sich anders anziehen?)
  (vgl. Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling, 1998, 82f)

Es wird festgestellt, dass sich für die Erarbeitung der Malrechungen in der 2. Schulstufe nur die beiden ersteren eignen.

3.2.2 Erarbeitungsmöglichkeiten der Multiplikation im Unterricht

Die Autoren beschreiben im Handbuch 7 Stufen, die sich bei der Erarbeitung der Multiplikation unterscheiden lassen:

- Immer wieder die gleiche Menge legen bzw. herholen, um ein „anschauliches Verständnis vom „mal“-Begriff“ zu gewinnen“ (Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling, 1998, 83)

- Arbeiten mit Punktbildern und multiplikativ strukturiert gelegten Mengen
- Aufschreiben der Rechnung zur Handlung unter Beachtung des Zusammenhanges der Addition und der Multiplikation
- Untersuchen der Beziehungen zwischen den einzelnen Malaufgaben (Tauschaufgaben und Zerlegungsaufgaben)
- „Entdecken bzw. Erarbeiten unterschiedlicher Lösungswege für Multiplikationsaufgaben“ (Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling, 1998, 83)
- Königsaufgaben lernen
- Verschiedenste Übungen zum Einmaleins

3.2.3 Zusammenhänge der einzelnen Malaufgaben untereinander

Die größte Bedeutung bei der Erarbeitung des Einmaleins haben, wie auch bei Wittmann und Müller (1994), die Zusammenhänge der Malrechungen untereinander. Aus der nachfolgenden Grafik lassen sich diese meiner Meinung nach besonders gut einsehen.

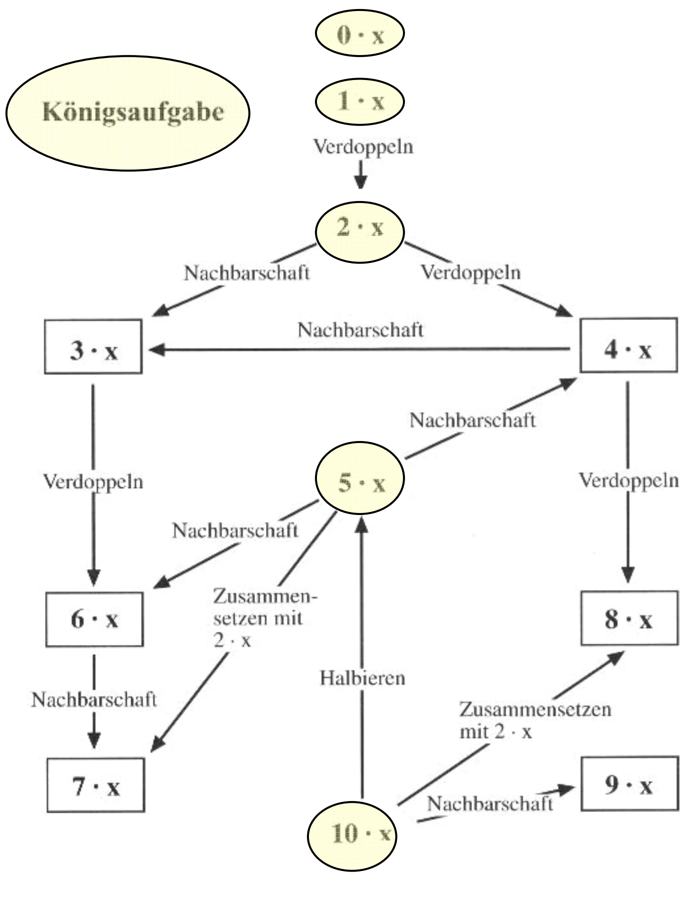


Abb. 8

Aus der Abbildung wird klar, dass man aus den so genannten Kern- oder Königsaufgaben alle anderen Malaufgaben errechnen kann, sei dies durch Verdoppeln, Halbieren, Nachbaraufgaben oder Zusammensetzungen der Königsaufgaben. Natürlich versteht spätestens jetzt jeder, warum die Kinder zum Zeitpunkt der Erarbeitung des Einmaleins schon Sicherheit beim Rechnen im Zahlenraum 100 haben müssen. Ist diese Sicherheit nicht gegeben, können die Zusammenhänge nicht genutzt werden. Denn wie soll sich ein Kind etwa die Rechnung 7•7 aus der Zusammensetzung 5•7+2•7=35+14 ausrechnen, wenn es noch nicht gelernt hat, im Zahlenraum 100 zu rechnen.

3.2.4 Möglichkeiten der unterrichtspraktischen Erarbeitung

Radatz, Schipper, Dröge und Ebeling arbeiten im Unterschied zu Wittmann und Müller mit dem Rechenrahmen und einer anderen 1•1-Tafel (leere 1•1-Tabelle siehe Anhang Seite 41).

•	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0·0	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·6	0·7	0·8	0·9	0·10
1	1·0	1·1	1·2	1·3	1·4	1·5	1·6	1·7	1·8	1·9	1·10
2	2·0	2·1	2·2	2·3	2·4	2·5	2·6	2·7	2·8	2·9	2·10
3	3·0	3·1	3·2	3·3	3·4	3·5	3·6	3·7	3·8	3·9	3·10
4	4·0	4·1	4·2	4·3	4·4	4·5	4·6	4·7	4·8	4·9	4·10
5	5·0	5·1	5·2	5·3	5·4	5·5	5·6	5·7	5·8	5·9	5·10
6	6·0	6·1	6·2	6·3	6·4	6·5	6·6	6·7	6·8	6·9	6·10
7	7·0	7·1	7·2	7·3	7·4	7·5	7·6	7·7	7·8	7·9	7·10
8	8·0	8·1	8·2	8·3	8·4	8·5	8·6	8·7	8·8	8·9	8·10
9	9·0	9·1	9·2	9·3	9·4	9·5	9·6	9·7	9·8	9·9	9·10
10	10·0	10·1	10·2	10·3	10·4	10·5	10·6	10·7	10·8	9·10	10·10

Abb. 9

Sie schlagen vor, die Einmaleinstafel gemeinsam mit den Kindern zu entwickeln. Jedes Kind bekommt seine eigene Tafel. Weiters sollten alle Königsaufgaben (nicht nur wie hier die Quadratzahlen) gefärbt werden. Es wird auch vorgeschlagen, dass die vom Kind bereits gekonnten Aufgaben durchgestrichen oder überklebt werden können. Somit hat jedes Kind eine eigene Kontrolle, welche Aufgaben es noch lernen muss.

Außerdem verwenden sie auch die leere Hundertertafel zum Darstellen von Einmaleinsaufgaben.

Mir persönlich gefällt das Punktefeld besser. Ich finde es übersichtlicher und für die Kinder leichter zu „durchschauen“.

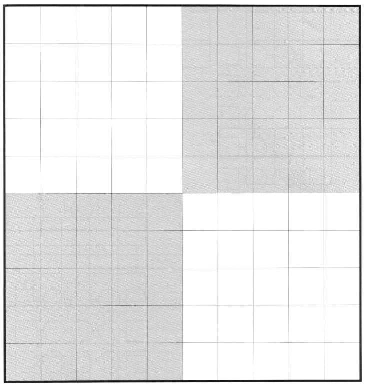


Abb. 10

Die Autoren arbeiten aber, genauso wie Wittmann und Müller, auch mit dem Hunderter-Punktefeld. Neben vielfachen Übungen, unter anderem auch die schon bekannten Rechenhäuser, findet man Einmaleinsaufgaben am Zehner-Rechenkreis, was meiner Meinung nach dann beim Memorieren der Malreihen eingesetzt werden kann. Diese Übung gefällt vor allem den Kindern sehr gut, da am Rechenkreis immer wieder andere schöne Muster entstehen.

Er funktioniert so: Bei Null wird begonnen und der Faden wird über die Zahlen der jeweiligen Einmaleinsreihe gespannt. Bei Ergebniszahlen über 10 werden nur noch die Einer berücksichtigt (also hier etwa bei 3•8=24 nur 4).

Die Dreier-Reihe

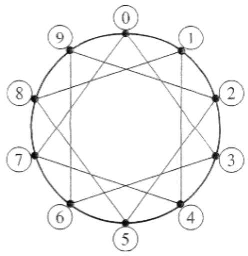


Abb. 11

Die Autoren unterbreiten auch noch den Vorschlag zum Anlegen einer Lernkartei (siehe Anhang 40). Ich habe diese Kartei beigefügt, obwohl sie mir selbst nicht so gut gefällt, da hier die Betonung doch sehr stark auf den einzelnen Malreihen liegt. Was mir daran trotzdem gefällt, ist, dass jedes Kind die Möglichkeit hat selbst dazuzuschreiben, wie es zum Ergebnis der Malaufgaben kommt.

3.3 Zusammenfassung

Zusammenfassend könnte man also sagen, dass ausgehend von Handlungssituationen (zeitlich-sukzessiver Aspekt), für die jedes einzelne Kind genügend Zeit zur Verfügung haben muss, ein Operationsverständnis für die Multiplikation aufgebaut werden soll. Schon hierbei soll auf Zusammenhänge wie etwa Nachbaraufgaben geachtet werden. Danach - oder teilweise auch schon gleichzeitig - wird das räumliche Nebeneinander von gleichmächtigen Mengen (räumlich-simultaner Aspekt) bearbeitet (Punktefeld). Im Weiteren sollen die Kinder durch das Zuhilfenehmen schon bekannter Aufgaben (Königs- oder Kernaufgaben) andere Aufgaben lösen. Für diese Anwendung ist vor allem die Einsicht in das Vertauschungsgesetz (Kommutativität) und in die Zerlegung von Malaufgaben (Distributivität) notwendig. Für jedes Kind sollten individuelle Lösungshilfen angeboten werden.

4. Theorien lesen ist super– selbst probieren noch viel besser

4.1 Am Anfang war der Frust

Wie anfangs schon erwähnt, ist einer der großen Fehler, den man beim Lehren des Einmaleins machen kann, dass man zu früh damit beginnt. Hier muss ich wiederum sagen: Ich bin der Meinung, es kommt darauf an, womit man beginnt. Ich habe in diesem Schuljahr schon sehr früh mit dem Einmaleins begonnen, nämlich Anfang Oktober.

Natürlich konnten meine Schüler zu diesem Zeitpunkt die Zehnerüber- bzw. Zehnerunterschreitung noch nicht perfekt. Deshalb wäre es auch völlig sinnlos gewesen, das Einmaleins wie üblich den Kindern „vorzustellen“.

Stattdessen begann ich mit dem Aufbau des Operationsverständnisses für das Einmaleins.

In Anbetracht dessen, dass ich im Vorjahr mit den Kindern schon am Aufbau des Operationsverständnisses gearbeitet hatte, wog ich mich in der Sicherheit, dass mindestens 90 % meiner Schüler die Aufgabe „Lege 3 mal 5 Kastanien auf den Tisch!“ in Windeseile gelöst haben würden. Sehr schnell holten die Kinder mich auf den Boden der Realität zurück.

Anfangs konnte sich kein einziges Kind daran erinnern, dass wir „so etwas schon einmal gemacht hatten“. Als ich dann die im Vorjahr anfangs übliche Sprechweise: „*Geh dreimal und hol immer 5 Kastanien!*“ wieder verwendete, waren es immerhin schon 3 Kinder, die sich erinnern konnten. Völlig frustriert, ob denn meine Arbeit umsonst gewesen sei, begann ich zu überlegen, was ich falsch gemacht haben könnte. Ich hatte doch ganze zwei Wochen damit zugebracht, den Kindern regelmäßig Aufgaben zu stellen, die sie dann bringen und legen mussten. War das wirklich zu wenig gewesen? Vom heutigen Standpunkt aus muss ich leider sagen: JA, das war zu wenig. Die Kinder konnten zwar am Ende dieser zwei Wochen alle eine Malaufgabe legen, doch scheinbar haben sie diese Operation genauso schnell wieder vergessen, wie sie sie gelernt hatten. Es ist also, will man das Operationsverständnis für die Multiplikation schon in der ersten Klasse absichern, meiner Ansicht nach unbedingt notwendig, immer wieder Malaufgaben legen oder zeichnen zu lassen. Dieses IMMER WIEDER hatte ich in der 1. Klasse leider versäumt, also fing ich wieder ganz von vorne an.

4.2 Aufbau des Operationsverständnisses

Wie das Wort Operationsverständnis schon sagt, muss man hier operieren = handeln, damit man etwas verstehen kann. Doch dem nicht genug, muss das Kind die mathematische Bedeutung des „IMMER WIEDER DAS GLEICHE HOLEN/LEGEN“ auch verstehen. Auf dem Weg dorthin gibt es einige wichtige Stufen, die ich der Fachliteratur entnommen habe (vgl.: Gaidoschik, 2006, 4 ff; Gerster, 1998, 387 ff).

4.2.1 Handlung nach genauen Anweisungen durchführen

Zum Aufbau des Operationsverständnisses arbeiteten wir beim Legen der Aufgaben quer durch die Malreihen. Das Ausrechnen der Malaufgaben wäre zu diesem Zeitpunkt nur hinderlich gewesen. Die Kinder sollten sich ganz auf das Handeln konzentrieren können.

Damit alle sehen konnten, was geschah, saßen wir im Sitzkreis am Boden.

Die Kinder bekamen von mir sprachlich genau formulierte Anweisungen, die sie auch leicht ausführen konnten z. B. „Geh´ dreimal zur Schachtel mit den Kastanien. Hol´ jedes Mal 4 Kastanien und leg´ sie in die Mitte unseres Sitzkreises."

Die Fachliteratur nennt dieses „nach einander immer wieder die gleiche Menge hinlegen", wie bereits erwähnt, den „zeitlich –sukzessiven" Aspekt der Multiplikation.

Natürlich war die Anweisung nicht jedes Mal so genau. Nach einigen Versuchen lautete sie nur noch: „Geh´ dreimal und hol´ immer 4 Kastanien!".

Anfangs zählten einige Kinder mit, wie oft schon gegangen worden war. Eine andere Möglichkeit, es den Kindern leichter zu machen besteht darin, die genannte Menge in kleine Schüsseln zählen zu lassen. Jedes Mal, wenn das Kind ein neues Mal geht, nimmt es eine neue Schüssel mit, zählt die gewünschte Anzahl hinein und stellt die Schüssel in die Mitte des Kreises. So ist es, vor allem für schwächere Schüler, leichter zu erkennen, wie oft sie schon gegangen sind. Außerdem ist es bei größeren Mengen (z.B. Geh´ 3 mal und hol´ immer 9 Kastanien!) für Kinder schwer, diese zu tragen. Die Schüsseln erleichtern dies.

Von Anfang an versuchten wir, die Malrechnung auch gleichzeitig als Addition zu formulieren. Wenn also ein Kind – um bei dem genannten Beispiel zu bleiben - 3•4 Kastanien geholt hatte, bildeten wir eine Addition: *„Hier liegen jetzt 4+4+4 Kastanien…"*, und noch einmal eine Multiplikation: *„…das sind 3•4 Kastanien."* Gerade der Gedanke der Addition ist für das spätere Rechnen mit der Nutzung der Zusammenhänge zwischen den einzelnen Aufgaben sehr wichtig.

Nachdem jedes Kind das einmal mit mir durchgespielt hatte, teilte ich die Kinder in Gruppen ein. Dabei achtete ich darauf, dass sich in jeder Gruppe ein Kind befand, dass meiner Meinung nach schon größere Sicherheit bei der Durchführung der Anweisungen hatte. Nun konnten sich die Kinder selbst Anweisungen geben. Aus eigener Erfahrung ist es sinnvoll, sich mit den Kindern auszumachen, keine zu großen Zahlen zu verwenden. Wir einigten uns nach anfänglichen Schwierigkeiten auf Zahlen bis 10. Natürlich wäre es für das Operationsverständnis nicht hinderlich, größere Zahlen zu verwendet. Es dauert sonst aber zu lange (etwa bei: *„Geh 20 mal!")* bzw. sind die Mengen auch mit den Schüsseln nicht mehr zu transportieren (z. B.: *„Hol immer 27 Kastanien!"*).

4.2.2 Handlungen nach verkürzten Anweisungen durchführen

Der nächste Schritt ist nun, dass die Kinder verkürzte Anweisungen ausführen können: „Hol´ 4mal 6 Kastanien!“ Hierzu wäre zu sagen, dass, auch wenn es für uns einfach klingt, das nicht für alle Kinder einfach ist. Manche Kinder sagen sich dann den vorher gelernten Auftrag leise vor: „Geh´ 4mal, hol 6 Kastanien.“ Und hier sieht man meiner Meinung nach, wie wichtig der erste Schritt mit den genauen Anweisungen und den Additionsaufgaben ist. Denn nur dadurch, dass sie diesen Schritt gelernt haben, gelingt es nun, auch die verkürzte Sprechweise zu verstehen. Das, was einige Kinder also oft von selbst machen, ist aber auch für alle anderen notwendig, nämlich das Versprachlichen des abgekürzten Auftrages. Hierdurch erfolgt, genau wie durch die Additionsaufgaben, die Unterscheidung zwischen Multiplikator und Multiplikand. Der **Multiplikator** sagt uns immer, **WIE OFT** die Handlung durchgeführt wird. Der **Multiplikand** sagt uns, **WIE VIELE** jedes Mal geholt werden. Natürlich verwendete ich die Begriffe Multiplikator und Multiplikand nicht. Jedes Kind formulierte nur den Auftrag selbst aus: „4mal gehen, jedes Mal 6 holen“. Am Ende dieses Lernschrittes sollen die Kinder eine abstrakte Anweisung wie z. B. „4mal 6“ - dies ist für Kinder noch schwerer umzusetzen als „Hol´ 4mal 6!“ - erklären und legen können und wissen, dass die beiden Faktoren in einer Malaufgabe unterschiedliche Bedeutung haben.

Bei diesen Anweisungen versuchte ich, schon eine gewisse Einsicht in die Zusammenhänge der Einmaleinsaufgaben aufzubauen. Wenn etwa 5•4 Kastanien geholt wurden, lautete meine Frage: *„Was musst du tun, damit wir dann 6•4 Kastanien hier liegen haben?“* Die Kinder antworteten dann meist: *„Ich muss noch einmal gehen.“* Nun bohrte ich weiter: *„Und wie viele holst du dazu?“* Die Antwort war meistens klar: *„Noch einmal 4 dazu.“*

Diese Einsicht – noch einmal das Gleiche dazu holen - ist für das spätere Errechnen der Einmaleinsaufgaben von immenser Bedeutung. Denn haben die Kinder nicht verstanden, dass der Multiplikand - in diesem Fall - noch einmal dazu gegeben werden muss, passieren dann beim Rechnen oft folgende Fehler:

$$5 \bullet 7 = 35 \qquad 6 \bullet 7 = 40$$

Es wurde nicht der Multiplikand, sondern der Multiplikator addiert. Das Kind verbindet mit der Rechnung 5•7 nicht auch 7+7+7+7+7 und kann somit die Zusammenhänge der einzelnen Malaufgaben, hier die Nachbaraufgabe, nicht nutzen.

Außerdem begannen wir nun auch die Aufgaben aufzuschreiben. Den Malpunkt kannten die Kinder noch aus der ersten Klasse und einige konnten sich auch noch an ihn erinnern. Mir gefällt die Erklärung für den Malpunkt, wie sie in den meisten Rechenbüchern vorkommt, ganz gut. Ich habe dies deshalb auch so wie dort vorgeschlagen gemacht:

Beim Aufschreiben der Handlungsabläufe haben wir anfangs immer das Wort „mal“ ausgeschrieben. Die Rechnung hieß dann also: 3 mal 4. Nach einer Weile fragte ich die Kinder, ob sie es nicht lästig fänden immer dieses **„mal“** schreiben zu müssen. Sie bejahten. Worauf ich ihnen erklärte, dass es auch den Erwachsenen zu fad war, und sie sich aus diesem Grunde ein Zeichen für das Wort überlegt hätten. Natürlich kannten einige Kinder den Malpunkt schon, doch den Punkt als Überbleibsel vom Wörtchen „mal“ als Inneres des kleinen  zu sehen, kannten viele nicht. Es war für sie eine einleuchtende Verkürzung und eine Erleichterung, da in der ersten Klasse das Schreiben ja doch noch sehr anstrengt. Deshalb nahmen sie den Malpunkt gerne an und merkten ihn sich auch recht leicht.

Schwierigkeiten stellten sich trotzdem oft dann ein, wenn ein Kind einen Auftrag ausführen sollte, den es nur geschrieben sah. Hier musste ich immer wieder an die detailliert gestellten Aufträge erinnern und sie von den Kindern formulieren lassen.

Dies war für mich ein Hinweis, dass wir uns erstens im Vorjahr zu wenig mit dem Malbegriff auseinandergesetzt hatten und zweitens die Rechungen bereits im ersten Schritt aufschreiben hätten sollen. Dann hätten die Kinder mehr Zeit gehabt, sich an das Schriftbild im Zusammenhang mit der Handlung zu gewöhnen. Doch nach einigen Tagen, in denen wir zwischendurch immer wieder Malaufgaben nach schriftlichen Anweisungen legten und die Rechnung vorher versprachlichten, gelang es allen.

4.2.3 Einmaleinsaufgaben zeichnen und gezeichnete Aufgaben erkennen

Die nächste Problemstellung lautete: „Wie können wir so eine Aufgabe zeichnen?“ Man glaubt nicht, wie erfinderisch die Kinder bei solch einer Problemstellung sind. Einige zeichneten den Multiplikanden immer in Kreise (sie sagten dazu, das seien die Schüsseln), andere zeichneten Würfelbilder, wieder andere einfach nur lauter Häufchen. Nur drei Kinder wussten nicht, wie sie das machen sollten. Hier war dieser Schritt also scheinbar noch zu früh.

Abb. 12

Dem entsprechend wurde dann weitergearbeitet. Die Kinder stellten sich gegenseitig Aufgaben, die sie legen und zeichnen oder nur zeichnen sollten. Umgekehrt wurden die gezeichneten Aufgaben gleich dazu verwendet, um die schriftliche Aufgabe dazu zu finden. So entstand eine kleine, von den Kindern selbst

hergestellte Kartei (am besten verwendet man Kopierkarton A6 oder auch A7): Auf einer Seite befindet sich die Zeichnung, auf der anderen die Rechnung (noch immer **ohne Lösung**). Eine andere Möglichkeit wäre, ein Memory herzustellen, indem man die schriftliche Aufgabe nicht auf die Rückseite, sondern auf ein eigenes Kärtchen schreibt.
Hierbei ist mir aufgefallen, dass Kinder oft viel lieber mit Karteien oder Lernspielen arbeiten, die sie selbst hergestellt haben, als mit solchen, die man ihnen „vorsetzt".

4.2.4 Aufgaben am Punktefeld (Hunderterfeld)

Nun versuchte ich, etwas Ordnung in das Zeichnen zu bringen, das heißt die Kinder aufzufordern, Malaufgaben so zu legen oder zu zeichnen, dass man sie schneller erkennen kann. Meist wird von den Kindern dann das Würfelbild gelegt, doch in meiner Klasse war es so, dass zwei Kinder die Malaufgabe in Reihen legten. Sollte das nicht der Fall sein, könnte man den Kindern die Aufgabe auch anbieten (am besten an der Tafel mit Magnetpunkten).
Die Problemstellung könnte dann etwa lauten:

Kannst du hier auch eine Malrechung entdecken?

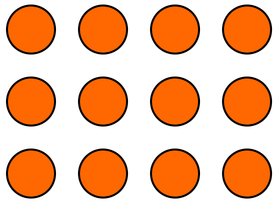
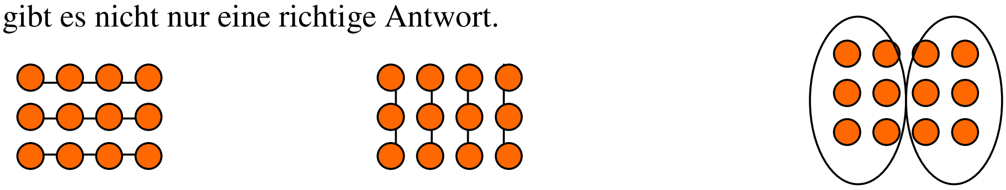


Abb. 13

Und genau mit dieser Problemstellung arbeiteten auch wir in der Klasse weiter. Die Kinder, die die Aufgaben in Reihen gelegt hatten, durften sie an der Tafel präsentieren. Natürlich gibt es Kinder, die hier sofort eine Malaufgabe sehen, doch es gibt auch welche, die nur einen Haufen Punkte erkennen können. Deshalb musste jedes Kind, das hier eine Aufgabe sah, auch zeigen und erklären, wo bzw. wie es die Aufgabe gesehen hatte.
Etwa: „Ich sehe 3 Reihen. In jeder Reihe sind 4 Plättchen." Denn bei dieser Darstellung der Malaufgaben gibt es nicht nur eine richtige Antwort.

Abb. 14



Ein Kind sieht etwa 3•4, ein anderes 4•3, wieder ein anderes 2•6 (noch immer an das Würfelbild erinnernd). Hier ist die Toleranz des Lehrers gefragt. Kann ein Kind seine genannte Malrechnung richtig erklären, und ist diese Erklärung nachvollziehbar, sollte die Antwort als richtig gewertet werden, auch wenn etwa 2•6 nicht die Antwort ist, die man sich erwartet hatte.

Zwischendurch wiederholten wir immer wieder, dass wir jede Malrechnung auch als Addition angeben können, und notierten diese auch.

Abb. 15

Nun wurde wieder gelegt und gezeichnet. Unsere Kartei wurde mit Karten angereichert, die „strukturierte Malaufgaben“ zeigten. Es dauerte nicht lange, und das Zeichnen bzw. erkennen des Gezeichneten wurde den Kindern langweilig. Sie überlegten, wie man das interessanter machen könnte. Und ganz ohne mein Zutun beschlossen sie, ein Kartenspiel herzustellen, das wie „Schwarzer Peter“ funktioniert.

Diese Idee (die in ähnlicher Form übrigens auch bei Radatz, Schipper u. a. (1998) vorgeschlagen wird) habe ich mir angeeignet und ein Spiel mit 32 Karten beigefügt, das sich sicherlich zum Ergänzen durch eigene Karten der Kinder eignet (siehe Anhang Seite 42-45).

Abb. 16

Mit den Arbeitsblättern (Anhang Seite 46-48) konnte ich am Ende dieser Übungseinheiten feststellen, ob auch alle Kinder diesen Schritt schon verstanden hatten. Zu meiner großen Freude war dies zu diesem Zeitpunkt bei allen der Fall.

Nun begann ich auch das Hunderterfeld einzusetzen. Ich hatte eine Folie für den Overhead-Projektor mit Abdeckwinkel und jedes Kind bekam ein Hunderterfeld mit passendem Abdeckwinkel (beides laminiert). Anstelle des Abdeckwinkels kann natürlich auch mit zwei Blättern gearbeitet werden, doch für die Hand der Kinder ist meiner Meinung nach der Abdeckwinkel praktischer.

Da eine innere Seite des Abdeckwinkels so groß sein sollte wie eine Seite des ganzen Hunderterpunktefeldes (damit man alle Aufgaben gut legen kann), ist dieses relativ klein (Hunderterpunktefeld mit Winkel: siehe Anhang Seite 49).

Anfangs besahen wir uns das neue Arbeitsmittel genau und stellten fest, wie viele Reihen es hat, warum es zwei Farben gibt, usw. (siehe Arbeitsblatt Anhang Seite 50).

Danach wurden nur Aufgaben gestellt, die dann von den Kindern am Hunderterfeld aufgedeckt werden mussten. Zur Kontrolle wurde die Lösung am Overhead-Projektor gelegt.

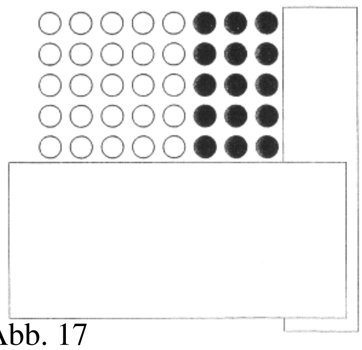


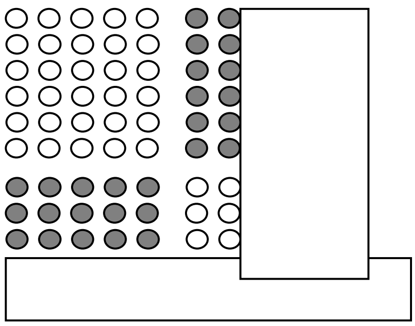
Abb. 17

Natürlich funktionierte das ganze auch wieder umgekehrt. Ich zeigte eine Malaufgabe am Punktefeld und die Kinder sollten diese erkennen, nennen und erklären (wie vorher, z. B.: *„Ich sehe 5 Reihen mit immer 8 Punkten.*“)

Aber auch hier arbeiteten wir wieder auf die Zusammenhänge der einzelnen Aufgaben hin. Die Problemstellung, die die Kinder vom Legen bereits kannten, lautete zum Beispiel: *„Was muss ich tun, wenn ich 10•8 habe, und daraus 9•8 machen möchte?“ „Ich nehme 8 weg.*“ Dies ging am Punktefeld ganz einfach durch das Verschieben des Abdeckwinkels um eine Reihe nach oben. Außerdem bildeten wir auch immer die Tauschaufgabe dazu. (*„Sieht jemand noch eine andere Rechnung?“*)

Dadurch, dass die Hundertertafel in vier 25-Punktefelder eingeteilt ist, die sich farblich unterscheiden, kommen einige Kinder auf die tollsten Beziehungen bei den Aufgaben, wenn man sie fragt, welche Rechnungen sie noch entdecken können. Nimmt man etwa die Rechnung 8•7 her. So sieht das am Punktefeld folgendermaßen aus

Abb. 18



Hier kann man nicht nur 8•7 sehen sondern auch: 5•7 + 3•7 (was zusammen wieder 8•7 ergibt) oder 8•5 + 8•2 oder 5•5+3•5+5•2+3•2 usw. Manche Kinder lieben es, hier Aufgaben zu entdecken.

Es ist richtig, diese Arbeit „kostete“ Zeit, doch die Zeit, die ich hier investierte, sparte ich später vielfach wieder ein, da die Kinder die Zusammenhänge der Einmaleinsaufgaben selbst entdecken konnten, was das bloße Auswendiglernen der Reihen nicht mehr notwendig machte. Denn jeder konnte sich später die Aufgabe, die er vielleicht gerade vergessen hatte, schnell errechnen. Außerdem ergibt sich hier eine Differenzierung fast von alleine. Während die guten Schüler versuchten, möglichst viele verschiedene Rechnungen zu einem „Einmaleinsbild“ zu entdecken, und ein anderes Kind nach den aufgeschriebenen Rechungen ein Punktebild legen musste, legten die schwächeren Kinder Malaufgaben und versuchten, einfache Zusammenhänge herzustellen. Wie etwa immer wieder: „*Was musst du tun, um von 5•7 auf 6•7 zu kommen?*“ Doch jeder konnte selbst etwas entdecken. Und was man selbst entdeckt, merkt man sich auch besser.

Als nächstes wollte ich die Kinder dazu hinführen, Malrechnungen auch in Textaufgaben zu erkennen. Zuerst ließ ich sie zu Malaufgaben Geschichten erfinden, was ein schwieriges Unterfangen war. Doch nachdem einige Schüler den Anfang gemacht hatten, war es für fast alle Kinder möglich. Zwei Kinder erzählten mir eine Aufgabe, zu deren Lösung eine Addition nötig gewesen wäre. Deshalb forderte ich alle Kinder auf, zu ihrer Geschichte eine Zeichnung anzufertigen. Als die geschehen war – und die Zeichnungen waren richtig- besprachen wir, warum ihre Geschichten nicht mit einer Malrechnung gelöst werden konnten: Es wurde nicht immer wieder gleich viel genommen.

Es wäre wohl besser gewesen, die Kinder vorher aufzufordern, eine Zeichnung zu machen, und dann eine Geschichte dazu zu erfinden. Außerdem arbeitete ich mit diesen Kindern nochmals auf der Handlungsebene.

Dann bekamen die Kinder in Gruppen Kärtchen mit Textaufgaben. Diese waren entweder nur durch Addition oder auch durch Multiplikation zu lösen. Die Kinder sollten nun diese Kärtchen nach der Lösungsart sortieren und in der Gruppe immer begründen, warum diese Lösung notwendig sei. Natürlich durften auch Zeichnungen angefertigt werden. Das Ausrechnen der Aufgaben war noch nicht gefragt (siehe Anhang Seite 52-57).

Obwohl ich dachte, dass dieser Schritt vom Operationsverständnis zu den Textaufgaben nicht sehr schwierig sei, war es für die Kinder eine große Hürde, und oft nur durch das Anfertigen einer Zeichnung zu den Textrechnungen zu bewältigen.

Im Handbuch von Radatz, Schipper u. a. (1998) finden sich (wie bereits erwähnt) viele Anregungen, was man mit dem Hunderterfeld alles machen kann. Ebenso wird im Handbuch produktiver Rechenübungen (Wittmann/Müller, 1994) genau erklärt wird, wie man mit dem Hunderterfeld arbeiten kann (siehe auch Arbeitsblatt im Anhang Seite 51).

4.3 Jetzt wollen wir die Rechnungen endlich ausrechnen

Diese Kapitelüberschrift habe nicht ich mir ausgedacht, sondern sie stammt von den Kindern meiner Klasse. Nachdem wir wussten, was es heißt, immer wieder die gleiche Menge zu legen, eine gelegte Aufgabe richtig zu interpretieren und von einer gelegten Aufgabe auf eine andere zu kommen, war die Ungeduld der Kinder schon groß, und sie wollten endlich auch Ergebnisse bei ihren Malaufgaben sehen. Es war mittlerweile Anfang Dezember geworden und ich muss vielleicht klarstellen, dass wir in den vergangenen zwei Monaten nicht nur am Einmaleins gearbeitet hatten. Die meisten Kinder konnten nun schon recht sicher im Zahlenraum 100 agieren und hatten bei der Zehnerüberschreitung kaum noch Probleme.

4.3.1 Erste Schritte beim Ausrechnen der Einmaleinsaufgaben – das Verdoppeln

Nachdem ich nun den Eindruck hatte, dass das Operationsverständnis großteils abgesichert war, gingen wir daran, unsere ersten Einmaleinsrechnungen auszurechnen.

Unsere ersten Rechnungen waren Verdoppelungsaufgaben, also 2• Aufgaben. Hierzu eigneten sich vorerst die Finger sehr gut. Da die Kinder die Zehnerüberschreitung mit der „Kraft der Fünf“ konnten, war die Verdoppelung kein Problem. Immer zwei Kinder arbeiteten zusammen und stellten Verdoppelungsaufgaben wie hier 9+9 dar. Also 5+5=10, 4+4=8
10+8=18

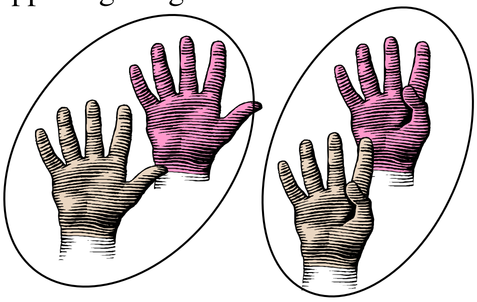


Abb. 19

Um das Ganze noch zu Vertiefen, arbeiteten wir auch mit einem Spiegel (das machte den Kindern großen Spaß). Hier wurden unsere zu verdoppelnden Zahlen so aufgelegt, dass (bei Zahlen über fünf) eine Fünfergliederung zu erkennen war, also wieder mit der Kraft der Fünf gerechnet werden konnte.

Um bei der oben genannten Rechnung zu bleiben:

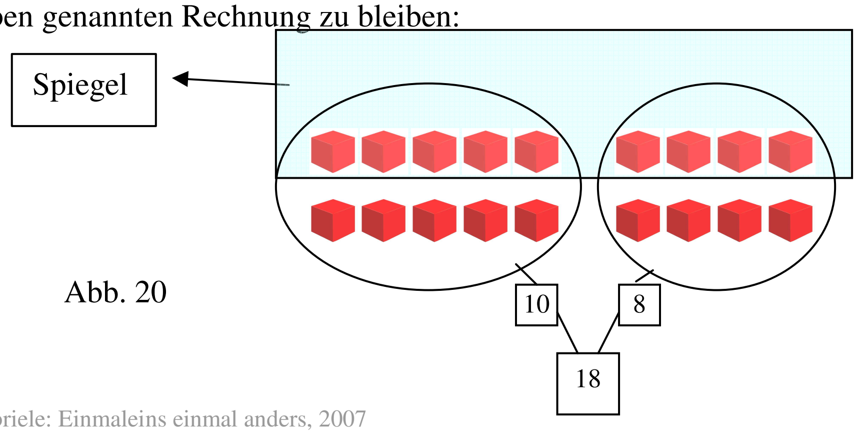


Abb. 20

Während wir mit den Fingern arbeiteten, rechneten alle Kinder immer mit Additionen, und ich war wieder einmal enttäuscht, da ich dachte, es müsste doch eines der Kinder darauf kommen, dass da eine 2•-Rechnung dahinter steckt. Wir nannten es eben einfach das Doppelte (was ja schon von der ersten Schulstufe bekannt war), aber eine Malrechnung formulierte keines der Kinder. Normalerweise gelingt mir das nicht, aber dieses Mal hütete ich mich davor, die Kinder darauf hinzuweisen. Und als wir den Spiegel ins Spiel brachten, wurden meine Wünsche prompt erfüllt, als ein Mädchen meinte: „*Das ist doch eigentlich 2•9.*“ Natürlich wurde diese Leistung gewürdigt, und von diesem Zeitpunkt an nannten alle Kinder die 2•-Aufgabe zusätzlich zur Addition (Arbeitsblatt: siehe Anhang Seite 58).
Nun bekamen die Kinder von mir einen Karteikasten mit den 2mal-Kärtchen (Erklärung des Arbeitens mit dem Karteikasten siehe Anhang Seite 59). Auf der Vorderseite stand die Einmaleinsaufgabe. Die Kinder durften selbst entscheiden, welche Aufgaben für sie noch schwer zu lösen waren und welche sie sofort konnten. Diejenigen, die nicht spontan gelöst werden konnten, wurden vorerst zur Seite gelegt. Gemeinsam wurde dann besprochen, welche Hilfen man einsetzen könnte, um die „schwierigen“ Aufgaben zu lösen. Bei der Verdoppelung bis 10 gab es ohnehin so gut wie keine Probleme, und die meisten Schüler konnten alle Verdoppelungen bis 20. Doch einige benötigten Hilfe, und so war 2•6 die erste Rechnung, die wir uns gemeinsam anschauten. Hier half die „Kraft der Fünf“ (siehe oben), ausformuliert wurde das so: 2•5 + 2•1, und so ging es weiter bis zu 2•10. Natürlich wollte ich nicht nur die Kraft der Fünf als Lösungshilfe verwenden und mein Lehrerherz schlug höher, als ein Kind meinte: *„So wie wir das mit dem Punktefeld gelegt haben, geht 2•9 aber leichter. Ich nehm´ 2•10 und geb´ dann 2 weg.“* Natürlich musste das besprochen werden, denn für einige war es nicht einsichtig, warum das so ist. Genau wie das Kind gesagt hatte, legten wir die Aufgabe am Punktefeld. Da wir beim Legen auch schon die Tauschaufgaben als richtig zugelassen hatten, war es nicht schwer, aus 2•10 die Rechung 10•2 zu erkennen. Und aus 10•2 konnten alle Kinder 9•2 durch das Abdecken von 2 Punkten legen. So hatten wir also die Überleitung zu eine andere Strategie, nämlich, 10•2 minus 1•2. Die gleiche Art wurde auch bei 8•2 angewendet. Zum Schluss wurde noch die Aufgabe 2•0 bearbeitet. Obwohl wir beim Operationsverständnisaufbau diese Möglichkeit schon thematisiert hatten, war die Lösung nicht für alle Kinder klar. Also ließ ich einige noch einmal die Handlung ausführen (z. B.: *„Bring mir 2mal 0 Würfel!)*. Dadurch verstanden nun alle Kinder, dass 0 das richtige Ergebnis sein musste.
Durch die Darstellung der Malrechnungen am Punktefeld erarbeiteten wir dann alle Tauschaufgaben der Verdoppelung. Hierzu meinten die Kindern, dass die 2• Aufgaben viel

leichter seien als die •2 Aufgaben. Fällt es einem Kind schwer, anstatt der Reihen die Spalten zu betrachten, können diese entweder mit einem wasserlöslichen Stift verbunden werden, oder noch einfacher (wie wir es meist gemacht haben), das Punktefeld wird mitsamt dem Abdeckwinkel einfach um 90° gedreht. (Wichtig: Danach wieder zurück drehen oder Winkel wieder in die ürsprüngliche Position bringen!)

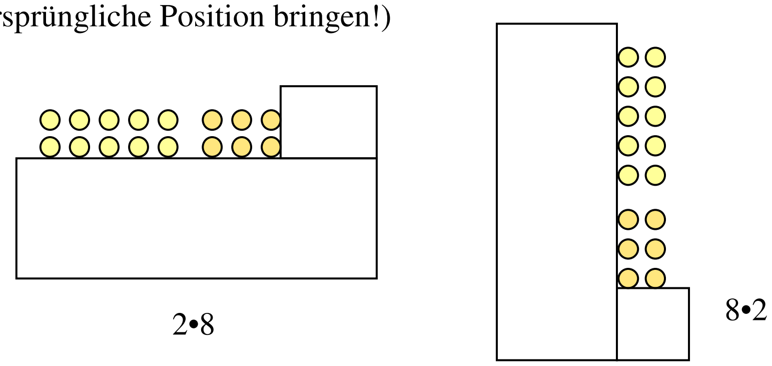


Abb. 21

Aufgaben mit Hilfsaufgaben und Tauschaufgaben wurden an die Tafel geschrieben. Nun durfte sich jedes Kind aussuchen, welche Lösungshilfe ihm beim Ausrechnen der als schwierig zur Seite gelegten Malaufgaben mehr nützte, und diese wurde auf die Rückseite der Kärtchen geschrieben. Außerdem schrieben wir hinten klein in die rechte untere Ecke die Lösung der Aufgabe, damit die Kinder auch allein überprüfen konnten, ob ihre Lösung stimmte.

Die Kinder, von denen ich wusste, dass für sie einige Rechnungen sehr schwer zu lösen sein würden, schrieben die als Hilfsaufgaben bezeichneten Rechungen auf die Vorderseite, über die eigentliche Aufgabe. Von nun an gab ich den Kindern jeden Tag Zeit, um mit dem Karteikasten zu üben, und das nicht nur in der Mathematikstunde, sondern oft auch zwischendurch. Manche Kinder übten noch mit dem Punktefeld als Hilfestellung.

Zu meiner Überraschung dauerte es nicht lange, bis sich die Kinder die Rechnungen gemerkt hatten, und so konnten wir noch vor Weihnachten mit dem nächsten Teil des Einmaleins starten.

4.3.2 Wir nehmen alles 10mal

Das 10mal nehmen ist für Kinder normalerweise sehr leicht. Schwierigkeiten könnte es dann geben, wenn das Stellenwertsystem nicht verstanden wurde (was mir, wenn ich ehrlich bin, bis zu diesem Lehrgang nicht bewusst war). Denn wenn ein Kind weiß, dass zehn Einer ein Zehner sind und umgekehrt, ist die Rechnung 4•10=40 nicht schwer, denn: 4 Zehner=40 Einer. Daraus folgt die Tauschaufgabe 10•4=40.

Darum sahen wir uns auf dem Punktefeld dann sowohl die 10• Aufgaben als auch die •10 Aufgaben an. Wie schon beim Verdoppeln machten wir dies durch das Drehen des

Punktefeldes samt Abdeckwinkel. Die Aufgaben samt Tauschaufgaben wurden wieder an die Tafel geschrieben.

Meiner Meinung nach ist dies die leichteste Reihe, die die Kinder sehr schnell beherrschen, was auch in meiner Klasse so war. Wieder bekamen alle Kinder die Kärtchen für den Karteikasten. Auf die Rückseite wurde nur die Lösung notiert, da alle meinten, dass hier keine Hilfsaufgaben notwendig seien.

4.3.3 Das Einmaleins der Fünf

Wie von einigen Mathematikdidaktikern empfohlen (vgl. Gaidoschik, M.: Multiplizieren & Dividieren im Bereich des kleinen Einmaleins, 2006, Seite 10), erarbeitete ich das Einmaleins der Fünf ausnahmsweise als Reihe. Denn die Fünferreihe ist sehr regelmäßig und viele Kinder merken sie sich deshalb recht gut. Trotzdem begann ich schon hier, wie bei den anderen Reihen dann später auch, mit den Kern- oder Königsaufgaben (was ich bei der Verdoppelung nicht gemacht hatte). Wir nannten sie Königsaufgaben und sie wurden an der Tafel und auch auf den Karteikärtchen mit einer kleinen Krone versehen. Und so ging ich vor:

Ich fragte ein Kind, ob es mir 1•5 zeigen könnte. Es suchte nach Farbstiften und legte die Aufgabe damit. Die nächste Fragestellung überlegte ich mir besser und forderte die Kinder auf, mir 1•5 nur mit ihrem Körper zu zeigen. Ich bekam jeweils 5 Füße, Köpfe und sogar Hinterteile gezeigt. Zum Glück war auch **ein** Kind dabei, das plötzlich die Hand ausstreckte und seine 5 Finger hochhielt. HALLELUJA!

Diese einfache Möglichkeit griffen natürlich sofort alle auf, da sie (wie ich bis zu dieser Aufgabenstellung meinte) doch gewohnt waren, die Finger als Material zu verwenden. Nun war es nicht mehr schwer, 2•5 zu zeigen. Wie viel das ist, sahen die Kinder natürlich auch sofort. Als nächstes stellte ich die Aufgabe, mir 5•5 zu zeigen und die Lösung dieser Rechnung herauszufinden. Die Kinder bildeten Gruppen und schnell war das Ergebnis gefunden und wurde mir so erklärt: *„Ein Kind hat 2 Hände = 10 Finger, 2 Kinder haben 4 Hände = 20 Finger und dann brauchen wir noch einmal 5 dazu, also 25.“* Somit hatten wir das Ergebnis. 10•5 war schon bekannt. Nun wurden diese Königsaufgaben an die Tafel geschrieben und einige Male wiederholt. (Das machten wir später bei jeder Reihe so.)

Mit dem Hunderterfeld und dem Abdeckwinkel legten wir dann 2•5. Meine Frage war nun, wie man auf 3•5 kommt. Das war vom Legen her bekannt und keine Schwierigkeit. Alle wussten: *„Wir geben noch einmal 5 dazu.“* Auch das Ausrechnen war nicht schwer. Bei der Rechnung 4•5 meinten alle nun: *„Wir geben noch einmal 5 dazu.“* Das war mir aber zu wenig. Ich meinte, ich hätte vergessen, wie viel 3•5 sei, ob sie mir nicht einen Tipp geben könnten, wie ich 4•5 ausrechnen könne, ohne dass ich 3•5 weiß. Was mich besonders freute war, dass beide von mir gewünschten Lösungsmöglichkeiten genannt wurden, nämlich: *„4•5 ist das Doppelte von 2•5.“* **und** *„5•5 hab ich mir gemerkt, das ist 25, dann geb´ ich 5 weg und hab 4•5, also 20.“* Natürlich legten wir das wieder gemeinsam auf dem Punktefeld und überprüften so die Aussagen. Bei 6•5 war es dann schon kein Problem mehr. Sofort kam von den Kindern 5•5 und noch einmal 5 dazu. Bei 7•5 wollten einige wieder zu 6•5 einen Fünfer dazugeben. Mit dem alten Schmäh des Vergessens kamen wir dann aber wieder auf die Zuhilfenahme der Königsaufgabe 5•5 und des Addierens von 2•5 also 25+10, was leicht war. Bei 8•5 wurde von den Kindern dann schon selbständig weiter gemacht mit 5•5+3•5. Ich meinte, ich wüsste eine einfachere Lösung, und fragte nach, ob jemand auch eine Minusrechnung zur Lösung der Aufgabe bilden könne. Nun kam das von mir erwartete 10•5-2•5, und besonders im Fall der Fünferreihe ist dies eine einfache Lösung der Aufgabe 8•5. Bei 9•5 wurde sofort die Minusaufgabe angewendet.

Somit hatten wir die ganze Fünferreihe mit Hilfe der Königsaufgaben gelöst, was nun auch den Sinn der Königsaufgaben erklärte (siehe auch Arbeitsblatt Anhang Seite 60). An der Tafel könnte das dann so aussehen:

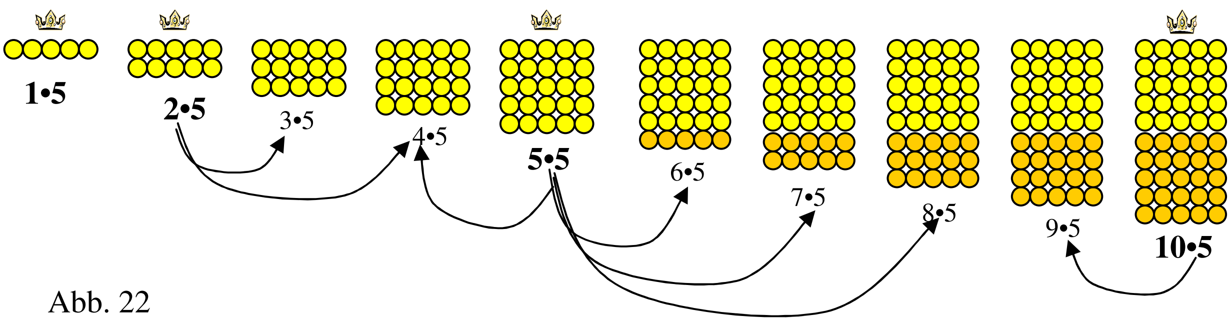


Abb. 22

Die 5• Aufgaben (also die Tauschaufgaben) wurden von den Kindern am nächsten Tag schon in Gruppen – mit oder ohne Punktefeld - selbst gebildet. Nun schrieben wir folgende 10•- und 5•-Aufgaben auf:

10•1=10	10•2=20	10•4=40	10•6=60	10•8=80	10•10=100
5•1= 5	5•2=10	5•4=20	5•6=30	5•8=40	5•10=50

Und sehr schnell kamen die Kinder zur Erkenntnis, dass 5• immer die Hälfte von 10• ist, bzw. umgekehrt 10• das Doppelte von 5•. (Wie man sieht, sahen wir uns nur jene 10• Aufgaben an, bei denen die Hälfte leicht zu finden war. Als Differenzierung kann man auch die restlichen Aufgaben so bearbeiten lassen.)

Somit hatten wir auch den Zusammenhang zwischen diesen beiden Reihen hergestellt. Mir ist beim Rechnen mit der Fünferreihe aufgefallen, dass die Kinder diesen Zusammenhang sehr wenig bis gar nicht nutzen. Die einzige Rechnung, die des Öfteren mit 10• als Hilfestellung berechnet wurde, war 5•8. (Natürlich kann ich das nur von den Rechnungen sagen, bei denen wir gemeinsam gerechnet haben.) Entweder fielen den Kindern die zuerst erarbeitete Hilfe leichter, oder ich bin im Unterricht doch zu wenig auf den Zusammenhang der beiden Reihen eingegangen, da es im Augenblick der Bearbeitung für alle Kinder sehr leicht erschien.

Nun folgten wieder die Karteikärtchen und wurden in der bereits bekannten Methode bearbeitet. Dies ist sehr zeitaufwändig und schwierig. Oft halfen die guten Rechner den schwächeren beim Aussuchen und Aufschreiben der Hilfsaufgabe. Ich hatte auch ein Kind, dass sich immer alle Hilfsaufgaben notierte. Trotz Hinterfragens gelang es mir nicht herauszufinden, warum. Vielleicht wollte es auf Nummer sicher gehen. Falls die eine Hilfsaufgabe nicht zum Ziel führen sollte, hätte es dann noch immer die andere.

<u>4.3.4 Die Einmaleins-Tafel</u>

Jetzt erst brachte ich die Einmaleins-Tafel ins Spiel (siehe Seite 9), doch nicht die ausgefüllte Tafel, sondern eine leere. Ich weiß, dass ich das schon früher hätte tun können. Doch der Anblick dieser großen, leeren Tafel ist sicher nicht nur für mich etwas frustrierend.

Nun aber hatten wir schon einige Malrechnungen gelernt, und diese schrieb ich in die große Maltafel und jedes Kind in seine eigene kleine Maltafel. Die einzelnen Felder an der großen Maltafel hatte ich in den auch hier zu sehenden Farben angemalt.

Unsere Maltafel sah nun so aus:

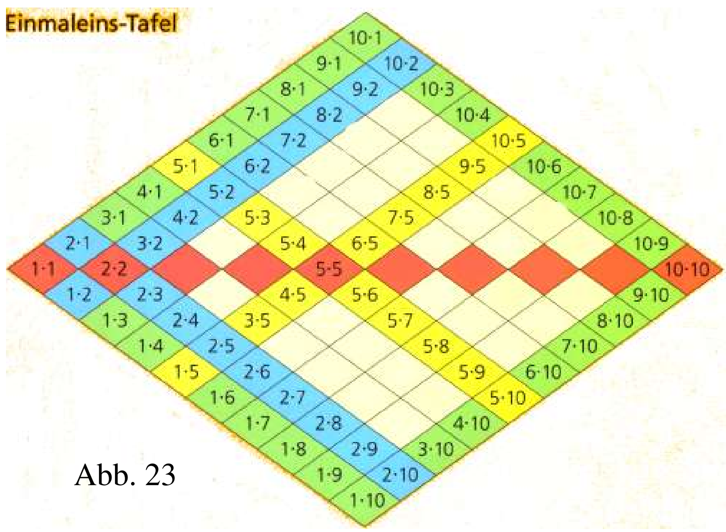


Abb. 23

Also eigentlich fehlten gar nicht mehr so viele Rechnungen. Und das bemerkten auch die Kinder.

Wie man sieht, hatte ich auch die •1 Aufgaben und die 1• Aufgaben eingetragen. Diese besprachen wir bei der Erstellung des Malplanes noch einmal.

Doch alle Kinder fanden, dass diese Rechnungen ohnehin so leicht seien, dass man dabei gar nicht rechnen müsse.

Die Kinder bemalten auf ihren Rechentafeln nur jene Rechnungen, die sie schon spontan lösen konnten. So hatten sie gleichzeitig eine Kontrolle über die bereits automatisierten Malrechnungen.

Gleich zu Beginn wollten die Kinder von mir wissen, was die Farben des Planes bedeuten sollten, doch ich erklärte es ihnen nicht. Stattdessen gab ich ihnen ein Rätsel auf: Wer glaubte herausgefunden zu haben, was die Farben bedeuten könnten, sollte es mir *heimlich* mitteilen. Und sehr bald kamen auch die ersten Vermutungen, von denen die meisten wirklich stimmten (siehe Seite 10).

Was mich persönlich an der Maltafel fasziniert hat, ist, dass man den Kindern sehr gut zeigen kann, dass, wenn sie die Königsaufgaben beherrschen und die Tauschaufgaben nicht mitgezählt, werden, nur noch 15 Aufgaben übrig bleiben, die errechnet bzw. später dann gemerkt werden müssen. Diese Aufgaben können außerdem relativ leicht aus den Königsaufgaben errechnet werden.

Die Maltafel bietet - sobald sie dann fertig ausgefüllt ist - jede Menge an Übungsmöglichkeiten wie etwa: Rechne alle Rechungen der dritten Spalte/Zeile usw. In der Folge vielleicht auch: Fällt dir bei den Ergebnissen etwas auf? Denn in jeder Zeile, Spalte oder auch Diagonale lässt sich ein Aufgabenpäckchen herausarbeiten, dem ein mathematisches Gesetz zugrunde liegt. Meiner Meinung nach ist es aber in der zweiten Klasse noch zu früh, allzu genau darauf einzugehen. Vor allem schwächere Schüler sind damit wahrscheinlich überfordert. Doch als Differenzierung kann man guten Schülern den Auftrag erteilen, durch Legen herauszufinden, warum sich das Ergebnis der Quadratzahl immer um 1 von dem darüber oder darunter liegenden Ergebnis unterscheidet (z.B. $5\cdot5=25$ darüber $6\cdot4=24$).

Dies leitet sich aus dem algebraischen Gesetz $x^2-1=(x+1)\cdot(x-1)$ ab. Solche Erkenntnisse werden sicherlich nicht bei der Lösung dieser Problemstellung auftauchen, aber vielleicht erkennen die Kinder ja, dass man, um von $5\cdot5$ auf $6\cdot4$ zu kommen, fünf Plättchen wegnehmen (bzw. abdecken) und dafür 4 Plättchen dazulegen muss. Also wurde um eines weniger dazugelegt als weggenommen.

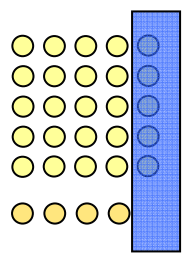


Abb. 24

Solche und ähnliche Gesetzmäßigkeiten faszinieren nicht nur Kinder sondern (in meinem Fall) auch Lehrer. Ich muss ehrlich gestehen, dass ich diese Aufgabenstellung zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht versucht habe. Bis Ende des Schuljahres möchte ich dies aber unbedingt machen.

4.3.5 Aus 10mal wird 9mal

Nach den Weihnachtsferien wiederholten wir erst einmal die bisher gelernten Malrechnungen und bei auftauchenden Schwierigkeiten die dazu passenden Hilfsaufgaben.

Als nächstes erarbeiteten wir die 9•-Aufgaben. Da den Kindern das 10• so leicht gefallen war, und hier nur vom ganzen Zehner etwas weggerechnet werden musste, schien es mir ein guter nächster Schritt zu sein.

Da wir diese Art von Zusammenhang bei den Legeübungen so oft geübt hatten, war meine Problemstellung eigentlich gar keine mehr, als ich fragte: „*Wie komme ich von 10•3 auf 9•3?*“ „*Ich muss 3 wegnehmen*“, war die logische Antwort. Und dies machten wir mit den ganzen 9•-Aufgaben durch. Wir legten immer die 10•-Rechnungen und nahmen dann den Multiplikanden einmal weg. Hier verwendete ich zum ersten Mal einen transparenten Abdeckwinkel aus festen Heftumschlägen. So konnten die Kinder genau sehen, wie viel sie weggenommen hatten.

An der Tafel stand dann in etwa das:

10•1=10 9•1=9	-1	10•6=60 9•6=54	-6
10•2=20 9•2=18	-2	10•7=70 9•7=63	-7
10•3=30 9•3=27	-3	10•8=80 9•8=72	-8
10•4=40 9•4=36	-4	10•9=90 9•9=81	-9
10•5=20 9•5=18	-5	10•10=100 9•10=90	-10

Abb. 25

Die grün geschriebenen Aufgaben sind jene, die die Kinder bereits kannten.

Es folgten die Tauschaufgaben, wobei wir nun auch wieder die Königsaufgaben markierten und wie schon bei der Fünferreihe die Errechnung der anderen Aufgaben gemeinsam erarbeiteten. Danach waren sich alle einig, dass es viel einfacher sei, sich die Aufgaben mit Hilfe des 10• zu errechnen. Darum waren die Hilfsaufgaben, die die Kinder anschließend auf die Karteikärtchen schrieben, auch fast ausschließlich 10•-Rechnungen bzw. die Tauschaufgabe mit der 10•-Rechnung. (Also stand bei 7•9 dann auf der Rückseite 9•7→ 10•7).

Natürlich durfte auch nicht vergessen werden, die neuen Malrechnungen in die Maltafel einzutragen.

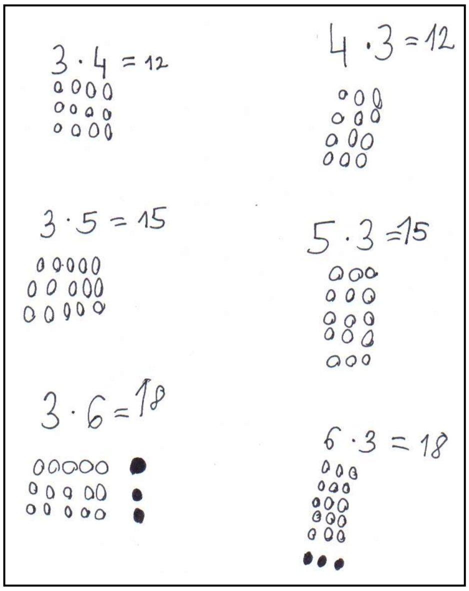
Eine gute Möglichkeit, den Lernfortschritt der Kinder im Auge zu behalten, ist das Arbeitsblatt im Anhang auf Seite 61. Es kann immer wieder eingesetzt werden und bietet eine gute Differenzierung. Trotzdem können die Kinder im Laufe der Zeit feststellen, dass sie Fortschritte gemacht haben, da einmal schwierige Aufgaben nun zu den leichten zählen.

4.3.6 Aus 2mal wird 3mal – aus 5mal wird 6mal

In der gleichen Art und Weise - nur eben mit einmal mehr statt einmal weniger - erarbeiteten wir aus den 2• die 3•-Rechnungen. Dabei stellen wir fest, dass wir die Hälfte der 3• Rechnungen schon durch eine Tauschaufgabe einer anderen Reihe kannten. Neu waren für uns nur noch 3•3, 3•4, 3•6, 3•7 und 3•8, was man am Malplan deutlich sehen konnte.

Aus meiner bisherigen Erfahrung waren die •3 Aufgaben nicht immer die leichtesten. Doch diesmal war das für die Kinder kaum ein Problem. Die Verdoppelungsaufgaben konnten nun alle gut, noch einmal das gleiche dazugeben war eine einfache Aufgabe.

Deshalb konnten wir auch sehr schnell zu den Tauschaufgaben übergehen. Dieses Mal erarbeiteten die Kinder die Tauschaufgaben in Gruppen. Jede Gruppe bekam eine Overheadfolie und sollte drei von mir gestellte 3•-Aufgaben und ihre dazugehörige Tauschaufgabe aufschreiben und dazu zeichnen. Dann wurden sie am Overhead-Projektor präsentiert. Dies sah dann z. B. so aus:



Arbeit von Kathrin und Magdalena

Abb. 26

Die Karteikärtchen konnten die Kinder nun schon fast alleine bearbeiten, wobei es aber einigen immer sehr schwer fiel, die für sie passende Hilfsaufgabe zu finden, und wir schafften es öfter nicht, dies in der Mathematikstunde abzuschließen. Da dies aber meist Kinder waren, die den Förderunterricht besuchten, konnten wir in dieser Zeit die für das Kind hilfreichere Aufgabe hinzufügen.

Nachdem wir die 3•-Aufgaben relativ sicher beherrschten, konnten wir Mitte Februar damit beginnen, aus den 5•-Aufgaben die 6•-Aufgaben zu erarbeiten. Dies erfolgte in der gleichen Art und Weise wie die 3•-Aufgaben aus den 2•-Aufgaben. In Partner- oder Alleinarbeit machten sich die Kinder daran, die neue Aufgabenstellung zu lösen. Einige legten dazu mit dem Punktefeld, andere nicht. Da einige Kinder sehr schnell fertig waren, gab ich ihnen den Auftrag, durch das Legen mit Plättchen herauszufinden, welche anderen Malrechnungen sich aus 6, 12, 18, 24 … Plättchen legen lassen. So kamen wir auf den Zusammenhang der 6mal-Rechnungen zu den 3•-Rechnungen. Denn aus jeder 6•-Aufgabe ließ sich eine 3•-Aufgabe legen. Trotzdem waren sich auch hier die Kinder einig, dass 5• und noch **einmal** dazu leichter sei.

4.3.7 Auch 4mal ist nicht schwer

Nach etwa zwei Wochen war auch das Errechnen der 6•-Aufgaben für alle klar. Die Aufgaben waren zwar noch nicht vollständig automatisiert, doch das Verständnis war bei allen Kindern gegeben. Also machten wir den nächsten Schritt, die 4•-Aufgaben. Dieses Mal präsentierte ich den Kindern die „Lösung" eigentlich schon mit dem Tafelbild. Es standen nämlich immer die 2• Aufgaben über der dazugehörenden 4•Aufgabe, also z. B. so: 2•3=
4•3=

Zuerst sahen wir uns jene „Päckchen" an, bei denen wir schon die Tauschaufgabe der 4•-Rechnung kannten. Also: 4•1, 4•2, 4•3, 4•5, 4•6, 4•9, 4•10; und es dauerte nur ein paar Sekunden, bis die ersten Kinder meinten: „*Das ist immer das Doppelte*." So konnten wir die fehlenden Malaufgaben durch die Verdoppelung ausrechnen (siehe Arbeitsblatt Anhang Seite 62).

Nun wollte ich von den Kindern wissen, ob ihnen nicht auch noch ein anderer Weg einfiele, die 4•-Aufgaben auszurechnen, und einige Kinder fanden sofort die Lösung: 5• - 1•. Als wir die 4•-Aufgaben auch in diesem Zusammenhang notiert hatten, teilten sich zum ersten Mal die Meinungen der Kinder völlig. Einige fanden das Verdoppeln einfacher, andere den Weg über 5, was mir sehr gut gefiel, denn nun konnten sie wirklich sehen, dass es verschiedene Hilfen für verschiedene Kinder gab (siehe auch Arbeitsblätter im Anhang Seite 63-65).

Es folgten wieder die Tauschaufgaben mit dem Kennzeichnen der Königsaufgaben. Wie bereits erwähnt, waren ja schon einige Tauschaufgaben bekannt. Trotzdem legten wir die 4•-Aufgaben nochmals. Diesmal mit Plättchen auf dem Overhead-Projektor. Das Erarbeiten der Tauschaufgaben funktioniert besonders gut, wenn man die Plättchen auf eine Folie legt, denn dann braucht man die Folie nur noch um 90° zu drehen, und die Tauschaufgabe ist entstanden. (Die Kinder können das am Platz genauso mit einem Blatt Karton und Plättchen mitlegen.) Die Tauschaufgaben wurden dann an der Tafel notiert. Mittlerweile wussten die Kinder schon selbst, welche Rechnungen die Königsaufgaben waren, und durften sie mit einer Krone kennzeichnen. Nun entdeckten die Kinder, dass wir eigentlich schon alle Königsaufgaben mit 4 kannten. Da uns ja nur noch 4•4, 7•4 und 8•4 fehlten, besprachen wir, wie diese Rechnungen mit Hilfe der Königsaufgaben ausgerechnet werden könnten (siehe Einmaleins der Fünf Seite 26f).

Nun wurden wieder die Karteikärtchen bearbeitet, von denen ja nun nicht mehr allzu viele übrig waren, da die meisten schon bei einer anderen Aufgabenreihe als Tauschaufgabe ausgegeben worden waren.

4.3.8 Die letzten Aufgaben

Sehr schnell konnten wir mit dem 8• weitermachen und nun stellten die Kinder am Malplan fest, dass uns nur noch vier Rechnungen fehlten. Trotzdem wollte ich mit den Kindern noch einmal genau besprechen, wie die Erarbeitung von 8• am besten geht. Die meisten Kinder aus meiner Klasse rechneten 10• - 2•.
Nun war die große Frage: *„Wie können wir uns 8•8 geschickt errechnen?“* Auch hier kam: 10•8=80, 80–16=64. Doch ein Mädchen sagte: „*Das ist doch wieder das Doppelte von 4•8*, und *das weiß ich schon, das ist 32. Also 64.“* Den Rest der Stunde beschäftigten wir uns damit, ob 8• wirklich immer das Doppelte von 4• ist und nahmen dann auch noch 2• mit dazu. Was zu solchen Aufgabenpäckchen führte (siehe auch Arbeitsblatt Anhang Seite 66):

2•6=12
4•6=24
8•6=48

Ich bin mir noch immer nicht sicher, ob es nicht zu schnell war, doch schon in der nächsten Stunde wollten die Kinder die letzte Lücke auf unserer Maltafel füllen und so berechneten wir 7•7 aus den Königsaufgaben 5•7 und 2•7 ,wie wir es anfangs mit der Fünferreihe gelernt und zwischendurch immer wieder wiederholt hatten.
Die restlichen Malaufgaben mit 7 kannten die Kinder ja schon als Tauschaufgabe, trotzdem überlegten wir uns noch einmal gemeinsam, wie wir sie aus den Königsaufgaben errechnen könnten.
Wie nach jeder Reihe wurden die Königsaufgaben memoriert, was nicht mehr schwer war, da die meisten sie schon konnten.

4.4 Malreihen üben

Im Anhang habe ich noch einige Arbeitsblätter und Spiele hinzugefügt, die mir für das Üben des Einmaleins geeignet erscheinen.
Besonders gut gefallen mir die Maldreiecke (siehe Anhang Seite 67-69), da diese den Anreizcharakters eines Rätsels besitzen. Außerdem kann man mit ihnen auch gut differenzieren, es gibt verschiedene Schwierigkeitsstufen, und bessere Schüler können für andere selbst Maldreiecke erfinden. Solche Maldreiecke (auch leere) lassen sich auch sehr gut

als Karteikarten herstellen, die laminiert mit wasserlöslichen Stiften immer wieder bearbeitet und neu beschrieben werden können.

Ähnlichen Charakter besitzt auch die Übung „Tabula rasa“, bei der die fehlenden Zahlen ergänzt werden müssen (siehe Anhang Seite 70).

Auch der Einmaleins-Trainingsplan ist eine gute Idee. Hier können die Kinder jene Aufgaben eintragen, die ihnen besonders schwer erscheinen (siehe Anhang Seite 71).

Alle die Lernspiele anzufügen, die die Kinder verwendeten, würde den Rahmen der Arbeit sprengen. Die meisten sind wahrscheinlich ohnehin bekannt, und ich möchte nur jene anführen, die die Kinder am liebsten zur Hand nahmen:

<u>Rechendächer:</u> Ein in der Mitte gefaltetes Blatt (sieht aus wie ein Dach), auf der einen Seite stehen die Aufgaben, auf der anderen die Aufgaben mit Hilfsaufgaben und Lösungen (in Partnerarbeit: Das Kind auf der Seite ohne Lösung liest die Aufgabe vor und rechnet sie aus. Das Kind auf der anderen Seite kann die Lösung kontrollieren bzw. bei Schwierigkeiten mit der Hilfsaufgabe weiterhelfen.)

<u>Einmaleinsmühle</u> (Auswahl einer Mühle siehe Anhang Seite 72)

<u>Einmaleinsbingo</u> (Auswahl eines Bingos siehe Anhang Seite 73)

<u>Einmaleinshaus</u> (Auswahl zweier Häuser siehe Anhang Seite 74)

<u>Einmaleins - Schnapsen:</u> Die Einmaleinsaufgaben ohne Lösung werden auf Karten geschrieben. Wie beim normalen Schnapsen erhält jeder 5 Karten, alle anderen werden abgelegt. Ein Kind spielt aus, das andere muss versuchen, durch eine Karte mit höherem Ergebnis die ausgespielte Karte zu „stechen“. Es werden immer wieder so viele Karten aufgenommen, wie man abgelegt hat. Wer am Ende die meisten Karten gestochen hat, hat gewonnen. Hier können auch mehr als 2 Kinder spielen, was das Spiel schwieriger macht.

<u>Einmaleins- Memory</u>

<u>Einmaleins-Domino:</u> Einige Dominoreihen habe ich mit Hilfsrechnungen hergestellt (siehe z.B. Anhang Seite 75)

5. Abschließende Gedanken

Jetzt ist es Anfang April. Wir haben alle Einmaleinsaufgaben gelernt. Die Kinder können die Einmaleinsaufgaben unabhängig von der Reihe, also durcheinander, gut lösen. Etwa 2/3 der Klasse hat bereits alle Aufgaben automatisiert. Was aber viel wichtiger ist: Alle wissen sich zu helfen, wenn sie einmal eine Aufgabe vergessen haben.

Wenn ich an meine bisherigen zweiten Klassen zurückdenke, muss ich sagen, dass ich noch nie ein so entspanntes und angstfreies Lernen der Malreihen miterlebt habe. Zwar „konnten" die Kinder um diese Zeit auch schon die Inreihen zu den gelernten Malreihen, doch nur die Kinder mit besten Gedächtnisleistungen konnten die Malreihen durcheinander wirklich gut. Ich möchte jetzt nicht sagen, dass alles ganz ohne Probleme funktioniert hat. Das wäre wohl auch kaum möglich, da jede Gruppe aus völlig unterschiedlichen Personen zusammengesetzt ist. Doch selbst eines meiner schwächsten Kinder, das eine ausgeprägte Rechenschwäche hat, kann sich mit den Hilfen auf den Kärtchen und der Zuhilfenahme des Punktefeldes jene Rechnungen ausrechnen, für die es schon genug Hintergrundwissen hat. (Zur Erklärung: der Bub beherrscht die Überschreitung von ZE+/-ZE noch nicht. Das heißt, er wäre mit vielen Rechnungen überfordert. Aus diesem Grund hat er auch noch nicht alle Malreihen mitgemacht, sondern arbeitet in seinem eigenen Tempo daran. Momentan beherrscht er 2•, 10•,5• und 9•. Es macht ihn total stolz, sich Malrechnungen ausrechnen zu können, da er eine sehr schlechte Gedächtnisleistung hat und sich die Malsätzchen einfach nicht merken kann. Er ist als eines jener Kinder, von denen man gesagt hätte: Du hast eben noch nicht genug geübt. Diese Frustration bleibt ihm jetzt erspart, nicht nur deshalb, weil ich ganz genau weiß, dass er übt, sondern weil ich nun auch weiß, welche Voraussetzungen notwendig sind, um das Einmaleins zu bewältigen.)

Schwierigkeiten traten bei einigen Kindern auf, insofern sie sich nicht mehr sicher waren, welche Zahl sie z. B. von 5•4 auf 6•4 dazugeben sollten. Sie verwechselten also Multiplikand und Multiplikator. Ich muss ehrlich sagen, dass ich damit nicht gerechnet hätte, da wir das wirklich sehr oft geübt und besprochen hatten. Als ich das bemerkte, wiederholte ich mit diesen Kindern noch einmal die Handlungen und erinnerte sie an unsere alte Sprechweise. Außerdem forderte ich sie auf, sich die Rechung immer am Punktefeld mit dem Winkel zu zeigen, sodass sie eine Kontrolle hatten, bis die Sicherheit beim Unterscheiden zwischen Multiplikator und Multiplikand vorhanden war.

Am besten half meines Erachtens immer wieder, an die genau formulierten Anweisungen zu erinnern. Denn dann sagten die Kinder meist: *„Ach ja, **so oft** muss ich gehen und **so viele** muss ich holen. Wenn ich einmal weniger gehe, hole ich einmal **so viele** weniger."*

Eine zweite Schwierigkeit – die sich als sehr zeitaufwändig herausstellte - war das Beschriften der Karteikärtchen mit den Hilfsaufgaben. Wie schon berichtet, musste das dann mit einigen Kindern oft in der Förderstunde durchgeführt werden. Außerdem bin ich mir nicht sicher, ob alle Kinder wirklich alleine entscheiden können, welche Aufgabe für sie hilfreicher ist. Um das herauszufinden, bräuchte man wahrscheinlich doppelt so viele Mathematikstunden oder Einzelförderung. Wir haben auch versucht, dass gute Schüler den Kindern helfen, die sich mit dem Herausfinden der Hilfsaufgaben schwer taten. Oft war es aber so, dass die besseren Schüler den anderen ihre eigenen Hilfsaufgaben als die beste Hilfe angaben, was ja nicht unbedingt richtig sein muss. Wie man dieses Problem am besten lösen kann, weiß ich auch jetzt noch nicht. Ein Vorschlag wäre vielleicht, Hilfsaufgaben schon auf die Rückseite der Kärtchen zu kopieren was aber, wenn mehrere Hilfsaufgaben da stehen, für schwächere Kinder wieder sehr verwirrend sein kann. Und gerade sie brauchen ja die Hilfe.

Ein gravierender Fehler, den ich in diesem Schuljahr gemacht habe, war, dass ich die Eltern nicht ganz genau über mein Vorhaben informiert hatte. Ich hatte ihnen zwar am Elternabend erklärt, dass wir das Einmaleins dieses Jahr anders als üblich lernen würden und einen ganz kurzen Einblick gegeben, doch das war meines Erachtens viel zu wenig. Bei meiner nächsten zweiten Klasse werde ich einen eigenen Elternabend zum Thema Einmaleins veranstalten, bei dem dann mit den Eltern ganz genau besprochen wird, wie wir das Einmaleins erarbeiten und wie sie ihren Kindern helfen können.

Aber ich war ja selbst anfangs etwas skeptisch und wagte mich erst im Laufe des Jahres immer mehr weg vom Üblichen und hin zum Neuen. Bestimmt werde ich beim nächsten Mal wieder vieles anders machen, vor allem die Kinder noch selbständiger das Einmaleins entdecken lassen. Doch ich glaube, es war schon ein sehr großer Schritt in die richtige Richtung.

Im Großen und Ganzen war es eine wirklich tolle Erfahrung, dass „man“ das Einmaleins eben nicht nur auswendig lernen muss, sondern dass die Kinder verstehen können, worum es beim Malnehmen eigentlich geht.

Nachdem ich diese Schuljahr so gearbeitet habe möchte ich abschließend noch eines anmerken:

Kinder die das Einmaleins nicht können, sind weder faul noch dumm, sie hatten wahrscheinlich nur nie die Möglichkeit es - im wahrsten Sinne des Wortes - zu BEGREIFEN.

6. Anhang

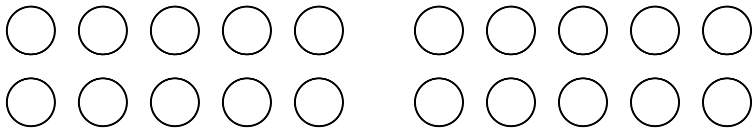
Verwandtschaft zwischen den 1mal1 Reihen

am Beispiel der 2er-, 4er-, 8er-, und 10er-Reihe

Jede Gruppe (jedes Paar) bekommt 80 Plättchen oder Würfel

Anschauungsmaterial für den Lehrer zur Erklärung

Im Sitzkreis liegen 20 große Plättchen oder Würfel



Die Kinder bilden die entsprechenden Malaufgaben, zeigen die Aufgaben (Wie sie sie gesehen haben) und schreiben sie auf.

$2 \cdot 10 = 20$

$10 \cdot 2 = 20$

Nun werden die Plättchen systematisch Plättchen für Plättchen verschoben, bis neue Malaufgaben entstehen. (hier noch $4 \cdot 5$ und $5 \cdot 4$)

Können keine weiteren Lösungen gefunden werden wird ermittelt in welchen Reihen das Ergebnis 20 vorkommt:

20 kommt in der 2er-, 4er-, 5er- und 10er-Reihe vor.

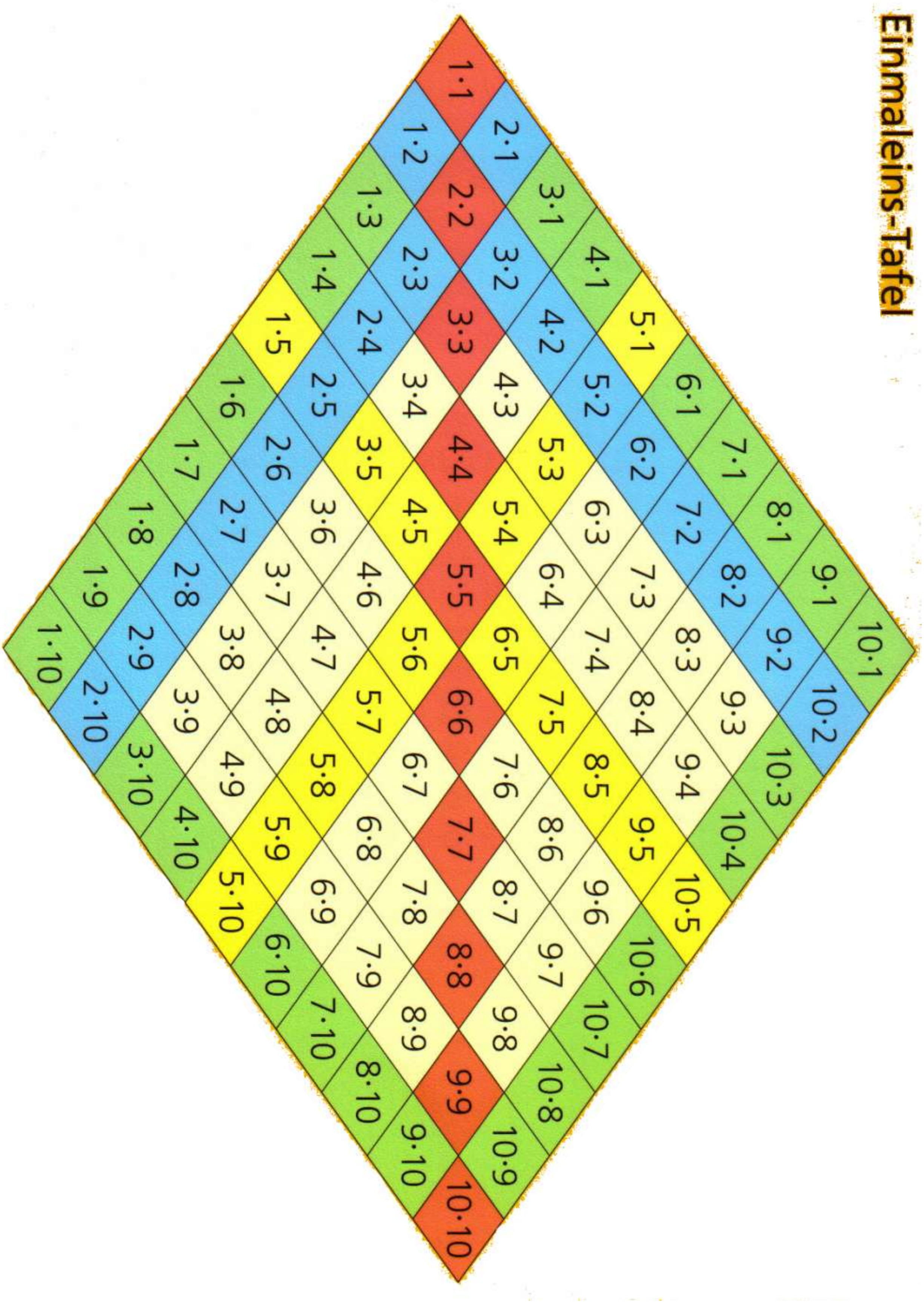
Der Arbeitsauftrag könnte wie folgt lauten:

Wähle eine Ergebniszahl aus der 8er-Reihe.
Versuche möglichst viele Malaufgaben mit dieser Ergebniszahl zu legen und aufzuschreiben.

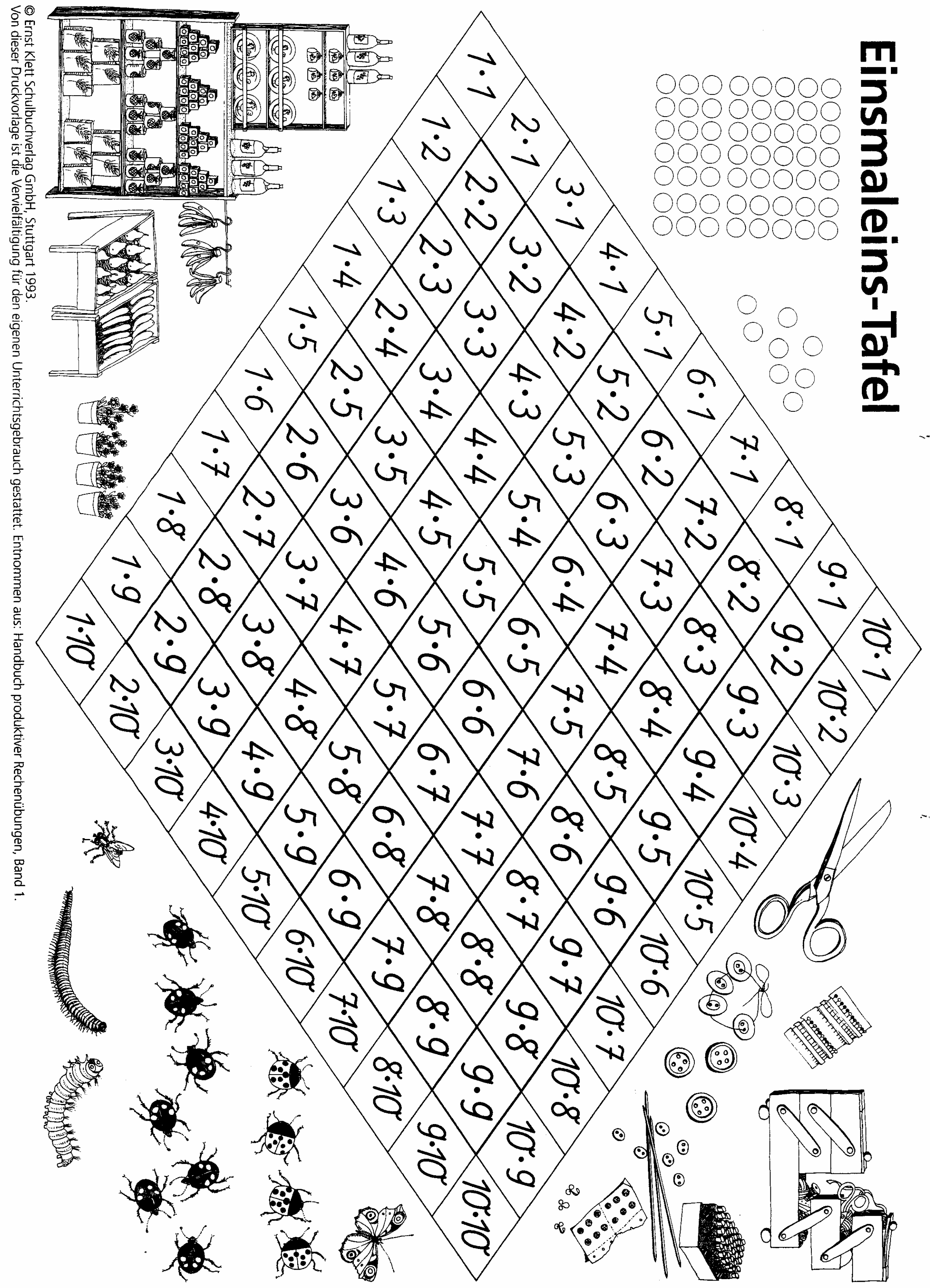
Bei welchen Ergebniszahlen findest du die meisten Rechnungen?

Das Ziel dieser Aufgabe ist, dass die Kinder erkennen, dass die verschiedenen Reihen Gemeinsamkeiten haben, und alle Zahlen aus der 8er-Reihe auch in der 2er- und 4er-Reihe vorkommen. Denn man kann die 8 auch als $2 \cdot 4$ legen.

vgl.: MAAK, Angela, 2003, Seite 42



Einmaleins Tafel entnommen aus: WITTMANN, E. Ch. und MÜLLER, G. N., 2004



entnommen aus: WITTMANN, E. CH. & MÜLLER, G. N.: *Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1*, 1994

Lernkartei zum Einmaleins

A 25

das Einmal ____

0 · ____ = ____

1 · ____ = ____

2 · ____ = ____

5 · ____ = ____

10 · ____ = ____

Wie rechnest du?
Welche Aufgaben kannst du schon?

das Einmal ____

0 · ____ = ____

1 · ____ = ____

2 · ____ = ____

5 · ____ = ____

10 · ____ = ____

Wie rechnest du?
Welche Aufgaben kannst du schon?

Handbuch für den Mathematikunterricht
2. Schuljahr

Schroedel

Kopiervorlage

entnommen aus: RADATZ, H., SCHIPPER, W., DRÖGE, R. und EBELING, A.: *Handbuch für den Mathematikunterricht, 2. Schuljahr,* 1998, Seite A 25

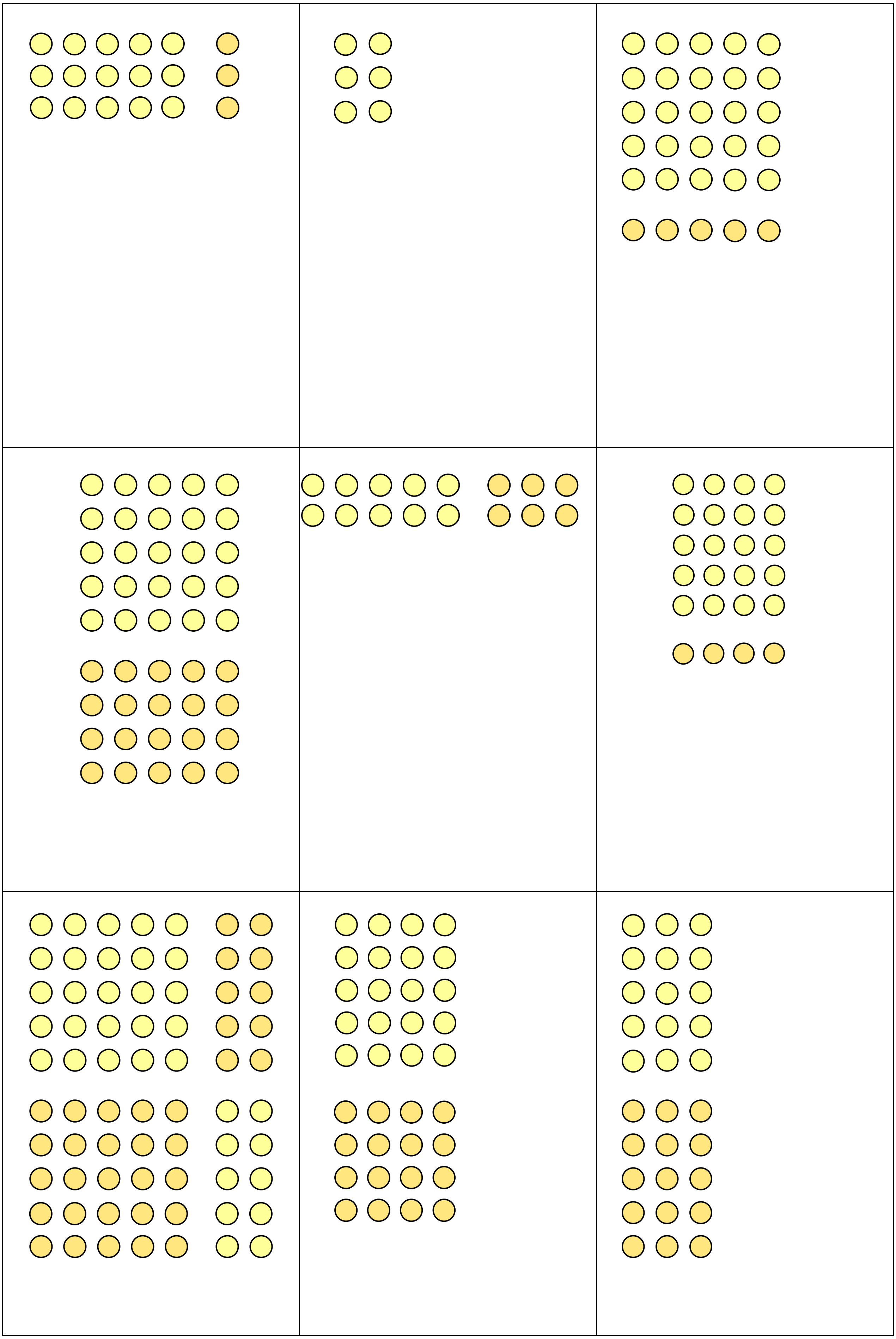
Die Einmaleins-Tabelle

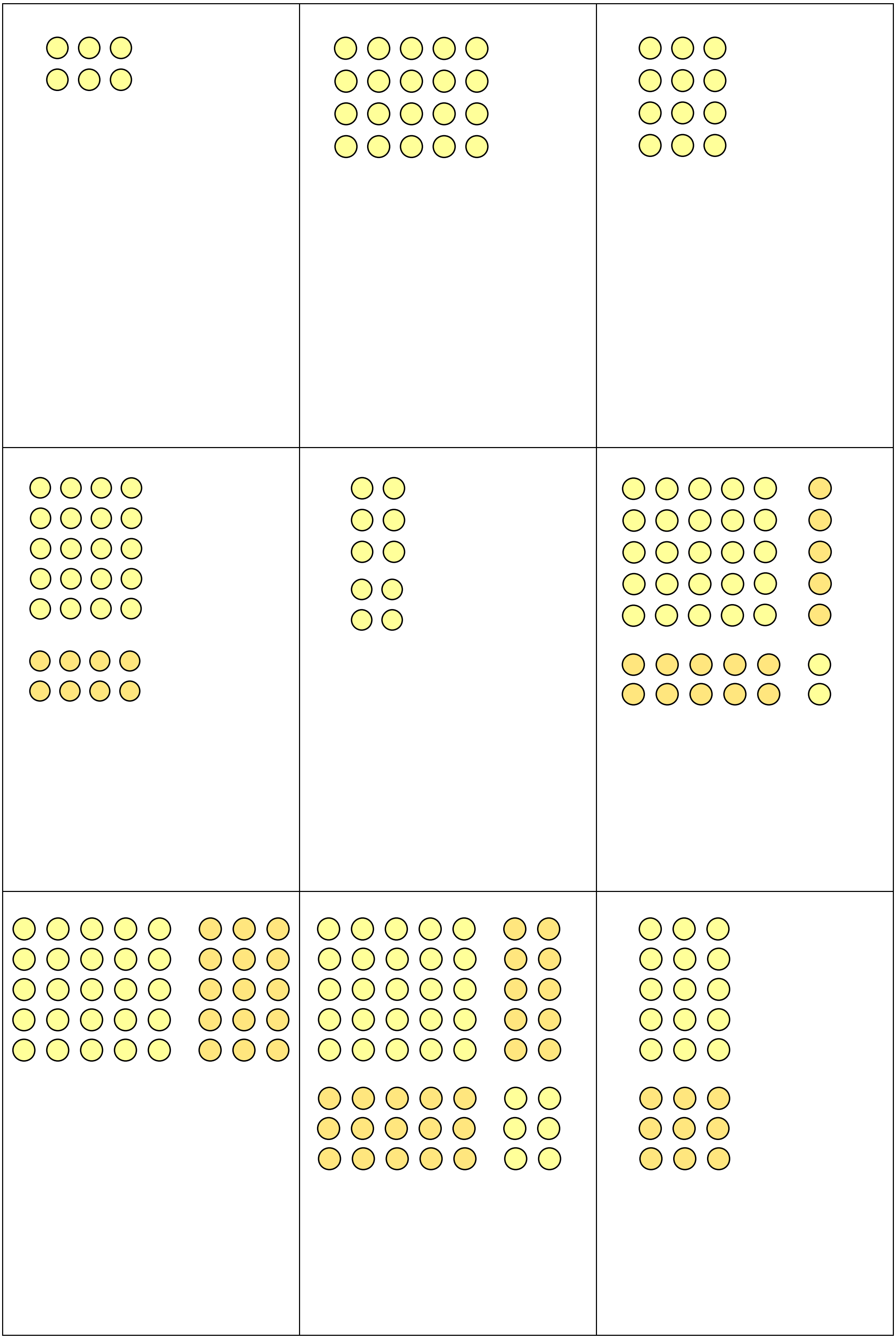
A 23

•	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Schroedel

entnommen aus: RADATZ, H., SCHIPPER, W., DRÖGE, R. und EBELING, A.: *Handbuch für den Mathematikunterricht, 2. Schuljahr,* 1998, Seite A 23





$2 \cdot 3$	$4 \cdot 5$	$4 \cdot 3$
$7 \cdot 4$	$5 \cdot 2$	$7 \cdot 6$
$5 \cdot 8$	$8 \cdot 7$	$8 \cdot 3$

$3 \cdot 6$	$3 \cdot 2$	$6 \cdot 5$
$9 \cdot 5$	$2 \cdot 8$	$6 \cdot 4$
$10 \cdot 7$	$9 \cdot 4$	$10 \cdot 3$

MAL und PLUS

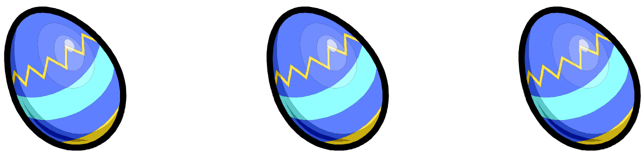
Schreibe zu den Bildern eine Malaufgabe und eine Plusaufgabe!

+ ____________________

· ____________________

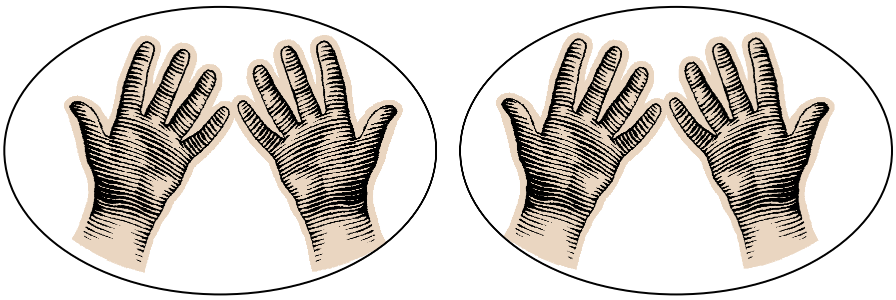
+ ____________________

· ____________________



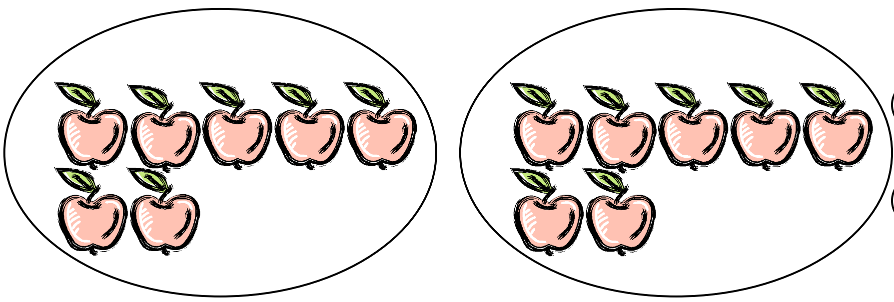
+ ____________________

· ____________________



+ ____________________

· ____________________



+ ____________________

· ____________________

Male zu den Aufgaben ein Bild und schreib die andere Aufgabe!

+ ____________________

· $3 \cdot 4$

+ $2 + 2 + 2 + 2$

· ____________________

+ $6 + 6$

· ____________________

+ $3 + 3 + 3 + 3 + 3$

· ____________________

Zeichne zu den Aufgaben ein passendes Bild und schreibe die andere Aufgabe dazu!

$\odot$ $5 \cdot 3$

$\oplus$ ____________________

$\odot$ $2 \cdot 8$

$\oplus$ ____________________

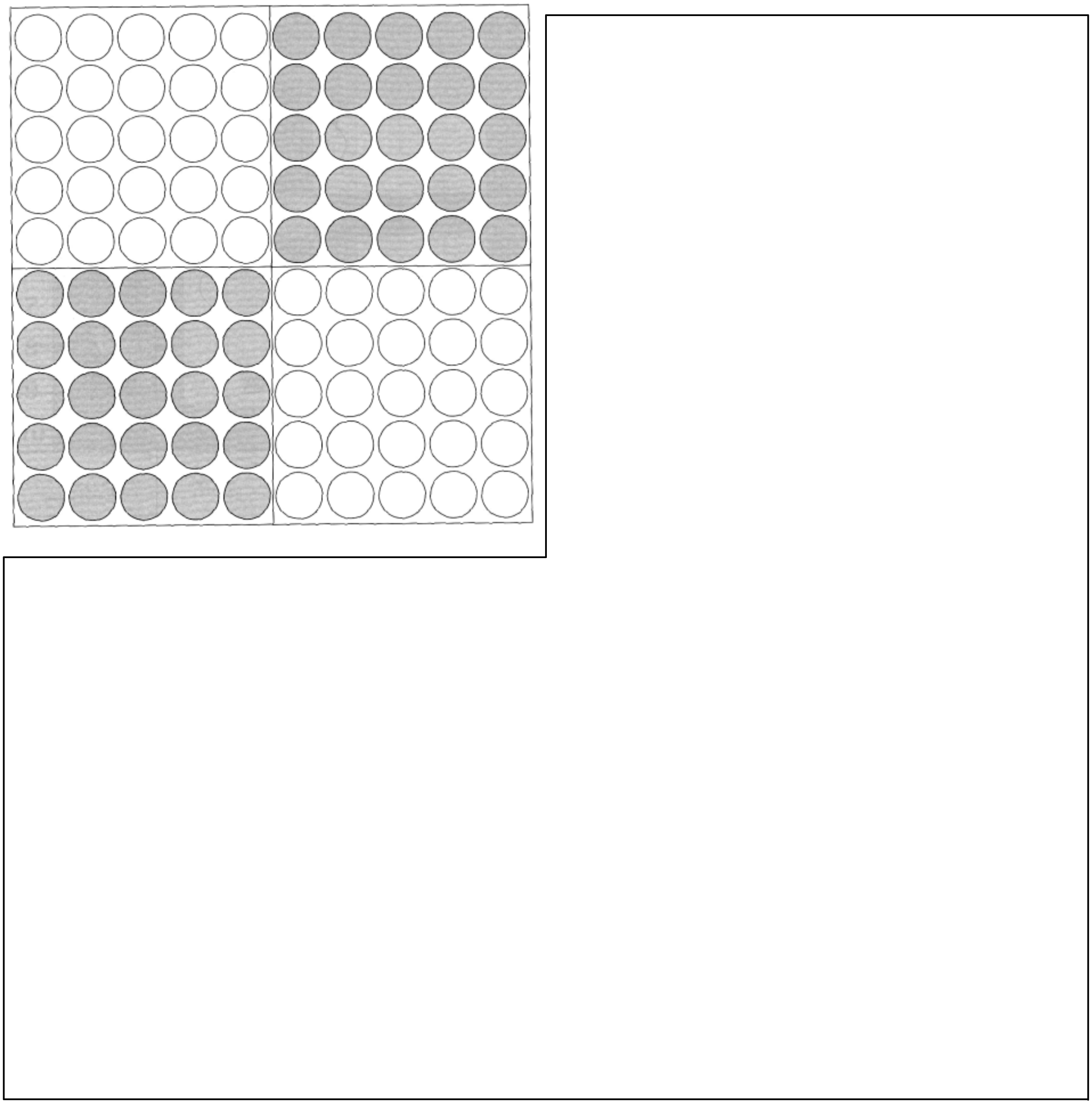
$\odot$ ____________________

$\oplus$ $6+6+6+6$

$\odot$ $3 \cdot 2$

$\oplus$ ____________________

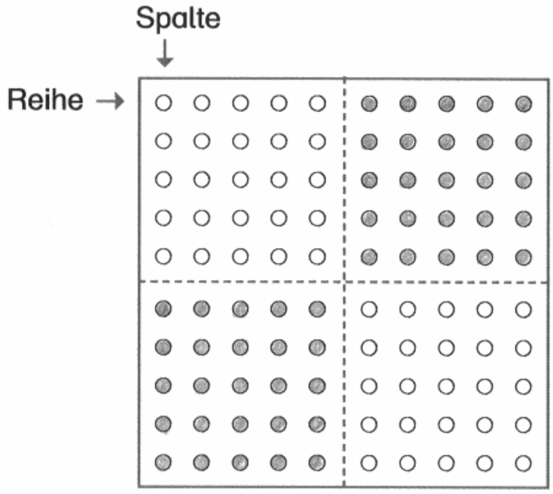
Hunderter-Punktefeld mit Abdeckwinkel



Tipp: ev. etwas vergrößern

Hunderterfeld entnommen aus: RADATZ, H., SCHIPPER, W., DRÖGE, R. und EBELING, A.: *Handbuch für den Mathematikunterricht, 2. Schuljahr,* 1998, Seite A 21 (verkleinert)

Orientierungsübungen am Hunderter-Punktefeld



▸ **Wie viele Punkte sind es?**

(a) in einer Reihe ________

(b) in einer Spalte ________

(c) in zwei Reihen ________

(d) in vier Spalten ________

(e) in einer halben Reihe ________

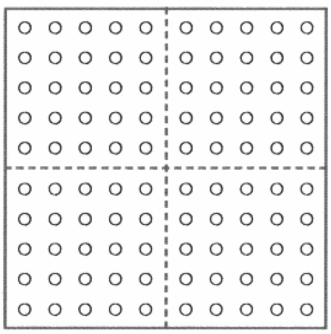
(f) in einer halben Spalte ________

(g) in einem halben Feld ________

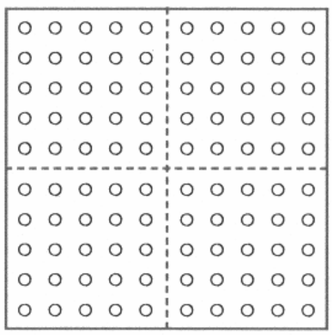
(h) in einem Viertelfeld ________

▸ **Male an.**

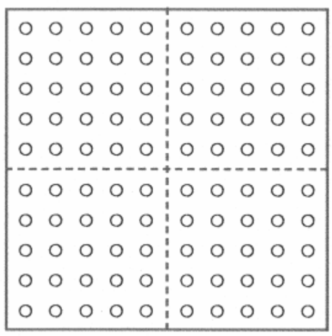
(a) 20 Punkte in Rot



(b) 50 Punkte in Blau

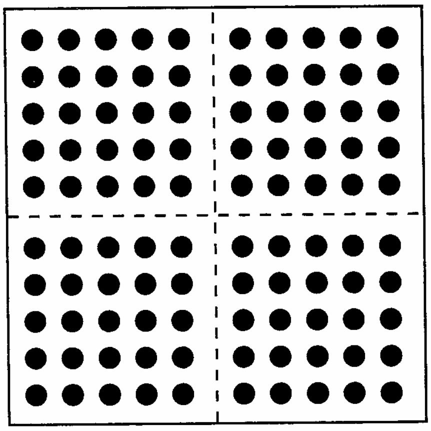


(c) 70 Punkte in Grün



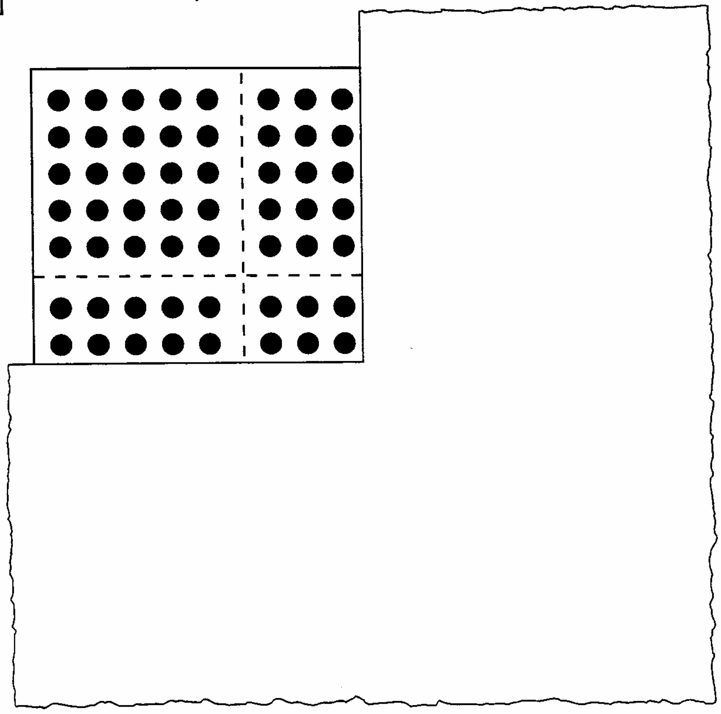
PIEPER, Helga: Orientierungsübungen am Hunderter-Punktefeld. In: Kallmeyer (Hg.): Grundschule Mathematik, Velber 2/2004. Material-CD

Lege und rechne!



Aufgabe: 7 mal 8

Rechnung:
25+15+10+6
=56



4 mal 4

____

6 mal 4

____

3 mal 7

____

7 mal 4

____

4 mal 8

____

8 mal 9

____

aus: WITTMANN / MÜLLER: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1, Anhang, Seite 2/7

TEXTAUFGABEN SORTIEREN

Die Textaufgaben werden zu Kärtchen geschnitten und auf der Rückseite mit MAL bzw. UND markiert (oder mit verschieden färbigen Punkten). Die Kinder sollen erkennen, ob eine Malaufgabe oder eine Plusaufgabe zur Lösung notwendig ist und sie unter diesem Aspekt sortieren.
Das Ausrechnen ist in diesem Stadium noch **nicht notwendig**.

Lege hier alle Kärtchen hin, bei denen du MAL rechnen kannst!
Kontrolliere, wenn du fertig bist die färbigen Punkte auf der Rückseite!

Lege hier alle Kärtchen hin, bei denen du UND rechnen musst!
Kontrolliere, wenn du fertig bist die färbigen Punkte auf der Rückseite!

In der Klasse stehen 4 Tischgruppen. An jeder Tischgruppe sitzen 4 Kinder. Wie viele Kinder sind in der Klasse?	Max hat 5 Murmeln. Seine Oma schenkt ihm noch 4 Murmeln dazu. Wie viele Murmeln hat er jetzt?
Alex ist krank. Er muss 3mal am Tag 2 Tabletten essen. Wie viele Tabletten isst er an einem Tag?	Lukas darf jeden Tag zwei Zuckerl essen. Wie viele Zuckerl isst er in einer Woche (=7 Tage)?
Katrin hat ein Computerspiel mit Hunden. In ihrem Spiel hat sie 3 Hunde daheim und 2 Hunde in der Hundepension. Wie viele Hunde hat sie?	Mutti kauft im Supermarkt 3 Packungen Eier. In jeder Packung sind 10 Eier. Wie viele Eier kauft sie?
Sandra schenkt ihrer Mutter zum Geburtstag 5 Rosen. Ihr Bruder schenkt ihr 4 Rosen. Wie viele Rosen hat die Mutter?	In einem Minisäckchen Gummibärchen stecken 10 Stück. Wie viele Gummibärchen sind in 5 Säckchen?

Tom hat in seiner Tasche vier 10 Cent Stücke. Wie viel Cent hat er?	Tina hat 20 Cent und bekommt noch 40 Cent dazu. Wie viel Cent hat sie?
Das tapfere Schneiderlein fängt jeden Tag 7 Fliegen. Wie viele Fliegen fängt es an 4 Tagen?	Jeder der sieben Zwerge hat zwei Mützen. Wie viele Mützen haben sie zusammen?
Schneewittchen flickt die Hosen der 7 Zwerge. Am Vormittag flickt sie 2 Hosen und am Nachmittag flickt sie 3 Hosen. Wie viele Hosen sind jetzt geflickt?	Susi entdeckt im Hühnerstall zwei Nester. In einem liegen 3 Eier, im anderen Nest liegen 5 Eier. Wie viele Eier hat Susi entdeckt?
Dornröschen pflückt Rosen im Schlossgarten. Sie pflückt 5 rote Rosen und 3 rosa Rosen. Wie viele Rosen hat sie zusammen?	Toni hilft seinem Vater jeden Tag 2 Stunden im Garten. Wie viele Stunden hat Toni seinem Vater nach 5 Tagen geholfen?

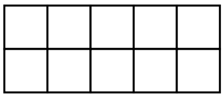
Karl rechnet 3 Rechnungen. Regina rechnet 4mal so viele. Wie viele Rechnungen hat sie gerechnet?	Michi hat 7 Steine in seiner Hosentasche. Er steckt noch 5 Steine dazu. Wie viele Steine hat er gesammelt
Der Bäcker verpackt immer 5 Semmeln in eine Tasche. Wie viele Semmeln braucht er für 3 Taschen?	Andrea hat 4 Zehner in ihrer Geldbörse. Ihre Oma gibt ihr noch einen dazu. Wie viel Geld hat sie nun?
Anna soll Blumen für ihren Geburtstagstisch pflücken. Die Mutter möchte 3 Vasen aufstellen und in jede Vase 5 Blumen geben. Wie viele Blumen muss Anna pflücken?	Rudi möchte jeden Tag 12 Seiten in einem Buch lesen. Er liest in der Früh 3 Seiten, zu Mittag 4 Seiten und am Abend 3 Seiten. Hat er die 12 Seiten geschafft?
Hannes möchte 4 Goldfische kaufen. Einer kostet 3 €. Wie viel muss er bezahlen?	Nemo kauft einen Goldfisch um 3€ und einen Doktorfisch um 6 €. Wie viel muss er bezahlen?

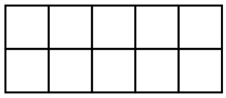
Ulli füttert seine 5 Kaninchen. Jedes bekommt 4 kleine Stücke Brot. Wie viele Stückchen Brot muss Ulli schneiden?	Sabine und ihre Freundin sammeln Kastanien. Sabine hat 8 Kastanien gesammelt, ihre Freundin 7 Kastanien. Wie viele haben sie zusammen?
Tim rechnet 5 Spalten im Rechenbuch. Jede Spalte hat 8 Rechnungen. Wie viele Rechnungen hat Tim insgesamt gerechnet?	Jan spielt mit seiner Eisenbahn. Sie hat 7 Wagons. Auf jeden Wagon lädt Jan 6 Bausteine. Wie viele Bausteine kann er aufladen?
Ina hat einen Hasen. Er frisst jeden Tag 2 Karotten. Wie viele Karotten muss Ina für 5 Tage einkaufen?	Thomas schießt beim Fußballspiel 3 Tore, sein Freund Max schießt 2 Tore. Die andere Mannschaft erzielt kein Tor. Mit wie viel Toren gewinnt das Team von Thomas?
Rosi kauft 3 Päckchen Kaugummi. In jedem Päckchen sind 5 Stück. In Rosis Klasse sind 16 Kinder. Reicht das für alle?	Anne hat fünf Freundinnen eingeladen. Jede Bekommt von Anne 9 Gummibärchen. Wie viele Gummibärchen braucht sie?

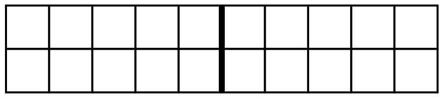
Wir nehmen alles ZWEI MAL!

(Erinnere dich an den Spiegel oder nimm ihn zu Hilfe!)

Zeichne und rechne!

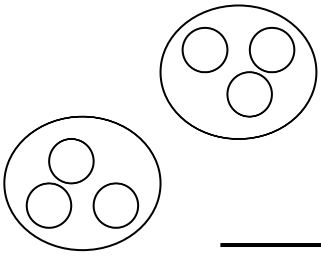




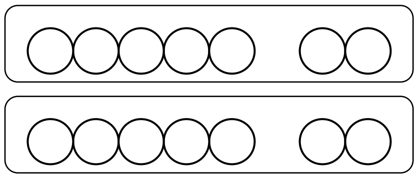


2 • 4 =__ 2 • 5 =__ 2 • 6 =__

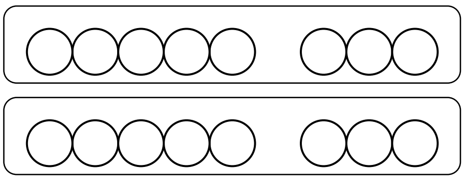
Schreib die passende Malaufgabe dazu!



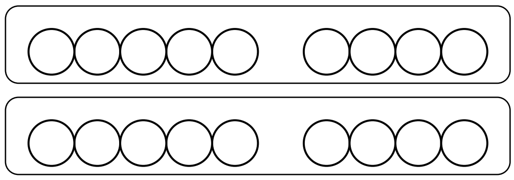
____



____



____



____

1+1=
2•1=__

7+7=
2•_ =__

2+2=__
2•2=__

4+4=__
2•4=__

8+8=__
____

3+3=__
2•3=__

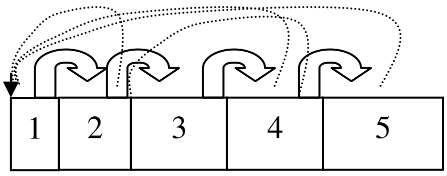
6+6=__
____

____
2•9 =__

5+5=
2•5=__

____
2•10 =__

Anleitung für den Karteikasten



Auf die Vorderseite der Kärtchen kommt die Malrechnung. Auf die Rückseite schreiben die Kinder die Hilfsaufgabe(n) und klein die Lösung.
Der Karteikasten ist in fünf Fächer unterteilt. Die neuen Kärtchen kommen in Fach1. Die Kärtchen im 1. Fach sollten täglich wiederholt werden: Kärtchen lesen, Antwort überlegen, umdrehen und kontrollieren.
War die Antwort richtig, wandert das Kärtchen in Fach 2, war die Antwort falsch, bleibt das Kärtchen in Fach 1. Fach 2, 3, 4 und 5 werden erst bearbeitet, wenn sich im Fach davor keine Aufgabenkärtchen mehr befinden.
Doch auch dann gilt: War die Antwort richtig, wandert das Kärtchen ein Fach weiter. War die Antwort falsch, wandert das Kärtchen **zurück** in **Fach 1.**

Weiters wäre es sinnvoll, noch nicht spontan gewusste Aufgaben nicht sofort zurückzugeben, sondern sie noch einige Male zu memorieren. Erst dann sollte das Kärtchen zurückgeordnet werden.
Am besten wäre es, wenn die Kinder nach einer kürzeren Pause die zuletzt noch nicht spontan gewussten und memorierten Aufgaben noch einmal bearbeiten würden. So ist der Erfolg der Lernkartei am größten.

(vgl. Anleitung auf der kleinen Lernbox vom AOL-Verlag,
und www.rechenschwaeche.at/ Einmaleinsstörungen)

Die Königsaufgabe hilft dir beim Rechnen!

$2 \cdot 5 = \_\_\_$ $5 \cdot 5 = \_\_\_$
$3 \cdot 5 = \_\_\_$ $6 \cdot 5 = \_\_\_$

$2 \cdot 5 = \_\_\_$ $10 \cdot 5 = \_\_\_$
$5 \cdot 5 = \_\_\_$ $2 \cdot 5 = \_\_\_$
$7 \cdot 5 = \_\_\_$ $8 \cdot 5 = \_\_\_$

$10 \cdot 5 = \_\_\_$ $2 \cdot 5 = \_\_\_$
$9 \cdot 5 = \_\_\_$ $4 \cdot 5 = \_\_\_$

Denk nun selbst an die Königsaufgaben und rechne aus!

 $1 \cdot 5 = \_\_\_$ $2 \cdot 5 = \_\_\_$ $5 \cdot 5 = \_\_\_$ $10 \cdot 5 = \_\_\_$

$6 \cdot 5 = \_\_\_$ $8 \cdot 5 = \_\_\_$

$3 \cdot 5 = \_\_\_$ $7 \cdot 5 = \_\_\_$

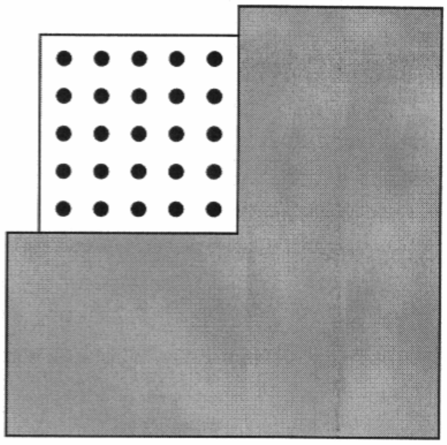
$4 \cdot 5 = \_\_\_$ $5 \cdot 3 = \_\_\_$

$9 \cdot 5 = \_\_\_$ $5 \cdot 9 = \_\_\_$

NAME: ______________________ KLASSE: ______

Das kann ich schon ...

Einmaleins



Wie immer kann ich mir die Aufgaben aussuchen, bei denen ich mir schon sicher bin.

Bei meinen Aufgaben hat mir

______________________ geholfen.

1 **Schreibe die LEICHTESTEN Einmaleinsaufgaben auf, die du kennst.**

____

2 **Schreibe die SCHWERSTEN Einmaleinsaufgaben auf, die du kennst.**

____

3 **Schreibe ALLE ANDEREN Malaufgaben auf, die du schon kennst.**

____

____

____

4 **Schreibe dazu auch PLUSAUFGABEN auf.**

____

____

____

____

KURHOFER, D. & SZACKNYS-KURHOFER, S., 2/2004. Material-CD

Fällt dir bei den Rechnungen etwas auf?

$2 \cdot 1 =$ ___
$4 \cdot 1 =$ ___

$2 \cdot 2 =$ ___
$4 \cdot 2 =$ ___

$2 \cdot 3 =$ ___
$4 \cdot 3 =$ ___

$2 \cdot 4 =$ ___
$4 \cdot 4 =$ ___

$2 \cdot 5 =$ ___
$4 \cdot 5 =$ ___

$2 \cdot 6 =$ ___
$4 \cdot 6 =$ ___

$2 \cdot 7 =$ ___
$4 \cdot 7 =$ ___

$2 \cdot 8 =$ ___
$4 \cdot 8 =$ ___

$2 \cdot 9 =$ ___
$4 \cdot 9 =$ ___

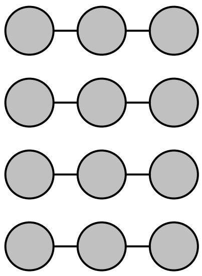
$2 \cdot 10 =$ ___
$4 \cdot 10 =$ ___

Mir fällt auf: ______________________________

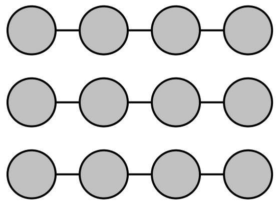
____

Denk daran: Auch die vertauschte Aufgabe hilft dir!

$4 \cdot 3$



$3 \cdot 4$



$2 \cdot 1 =$ ___	$4 \cdot 1 =$ ___	$2 \cdot 6 =$ ___	$4 \cdot 6 =$ ___
$1 \cdot 2 =$ ___	$1 \cdot 4 =$ ___	$6 \cdot 2 =$ ___	$6 \cdot 4 =$ ___
$2 \cdot 2 =$ ___	$4 \cdot 2 =$ ___	$2 \cdot 7 =$ ___	$4 \cdot 7 =$ ___
	$2 \cdot 4 =$ ___	$7 \cdot 2 =$ ___	$7 \cdot 4 =$ ___
$2 \cdot 3 =$ ___	$4 \cdot 3 =$ ___	$2 \cdot 8 =$ ___	$4 \cdot 8 =$ ___
$3 \cdot 2 =$ ___	$3 \cdot 4 =$ ___	$8 \cdot 2 =$ ___	$8 \cdot 4 =$ ___
$2 \cdot 4 =$ ___	$4 \cdot 4 =$ ___	$2 \cdot 9 =$ ___	$4 \cdot 9 =$ ___
$4 \cdot 2 =$ ___		$9 \cdot 2 =$ ___	$9 \cdot 4 =$ ___
$2 \cdot 5 =$ ___	$4 \cdot 5 =$ ___	$2 \cdot 10 =$ ___	$4 \cdot 10 =$ ___
$5 \cdot 2 =$ ___	$5 \cdot 4 =$ ___	$10 \cdot 2 =$ ___	$10 \cdot 4 =$ ___

Versuche diese Rechnungen zu lösen! Denk an die Hilfen!

$2 \cdot 2 =$ ___
$2 \cdot 4 =$ ___

$6 \cdot 2 =$ ___
$6 \cdot 4 =$ ___

$3 \cdot 2 =$ ___
$3 \cdot 4 =$ ___

$5 \cdot 2 =$ ___
$5 \cdot 4 =$ ___

$1 \cdot 2 =$ ___
$1 \cdot 4 =$ ___

$4 \cdot 2 =$ ___
$4 \cdot 4 =$ ___

$8 \cdot 2 =$ ___
$8 \cdot 4 =$ ___

$10 \cdot 2 =$ ___
$10 \cdot 4 =$ ___

Zeichne!

$6 \cdot 4$

$4 \cdot 6$

Die Königsaufgabe hilft dir beim Rechnen!

2 · 4= ___
3 · 4= ___

5 · 4= ___
6 · 4= ___

2 · 4= ___
5 · 4= ___
7 · 4= ___

10 · 4= ___
2 · 4= ___
8 · 4= ___

10 · 4= ___
9 · 4= ___

2 · 4= ___
4 · 4= ___

Denk nun selbst an die Königsaufgaben und rechne aus!
Wenn du möchtest schreib die Aufgabe, die dir geholfen hat dazu!

 1 · 4= ___   2 · 4= ___   5 · 4= ___   10 · 4= ___

6 · 4= ___ __________   8 · 4= ___ __________

3 · 4= ___ __________   7 · 4= ___ __________

4 · 4= ___ __________   4 · 2= ___ __________

9 · 4= ___ __________   4 · 5= ___ __________

Entdeckst du die Verwandtschaft?

$1 \cdot 2 =$ ___	$2 \cdot 2 =$ ___	$5 \cdot 2 =$ ___	$10 \cdot 2 =$ ___
$1 \cdot 4 =$ ___	$2 \cdot 4 =$ ___	$5 \cdot 4 =$ ___	$10 \cdot 4 =$ ___
$1 \cdot 8 =$ ___	$2 \cdot 8 =$ ___	$5 \cdot 8 =$ ___	$10 \cdot 8 =$ ___

Welche Aufgabe hilft dir besser?

$3 \cdot 4 =$ ___	$4 \cdot 4 =$ ___	$6 \cdot 4 =$ ___	$7 \cdot 4 =$ ___
$3 \cdot 8 =$ ___	$4 \cdot 8 =$ ___	$6 \cdot 8 =$ ___	$7 \cdot 8 =$ ___
↓ oder	↓ oder	↓ oder	↓ oder
$2 \cdot 8 =$ ___	$5 \cdot 8 =$ ___	$5 \cdot 8 =$ ___	$5 \cdot 8 =$ ___
$3 \cdot 8 =$ ___	$4 \cdot 8 =$ ___	$6 \cdot 8 =$ ___	$2 \cdot 8 =$ ___
			$7 \cdot 8 =$ ___

oder meine eigene Rechnung

↓ ________ ________ ________ ________

________ ________ ________ ________

$8 \cdot 4 =$ ___	$9 \cdot 4 =$ ___
$8 \cdot 8 =$ ___	$9 \cdot 8 =$ ___
↓ oder	↓ oder
$10 \cdot 8 =$ ___	$10 \cdot 8 =$ ___
$2 \cdot 8 =$ ___	$9 \cdot 8 =$ ___
$8 \cdot 8 =$ ___	

Kreise die Rechung, die dir besser hilft mit einem Farbstift ein!

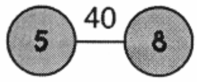
oder meine eigene Rechnung

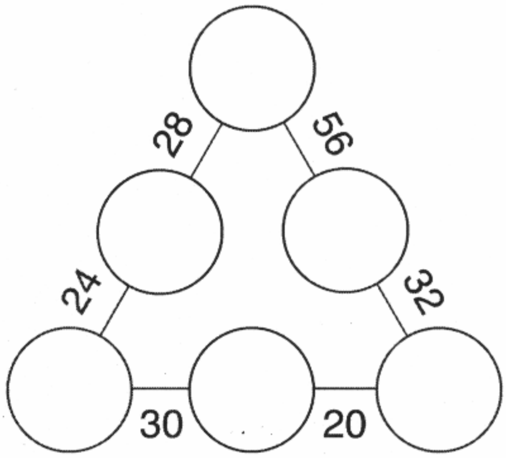
↓ ________ ________

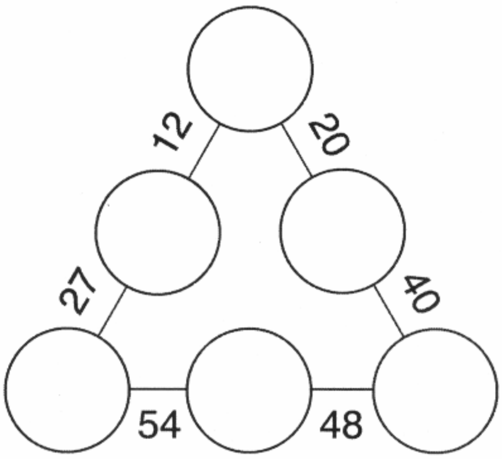
________ ________

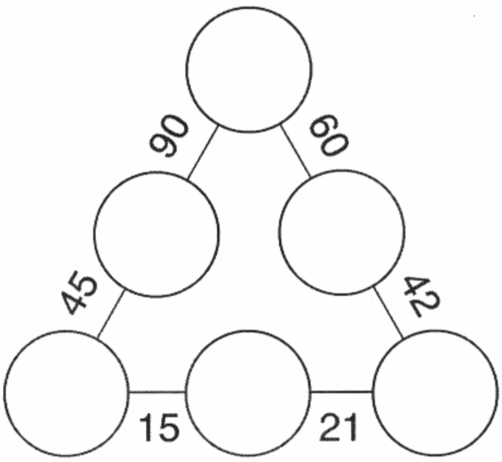
Maldreiecke 1

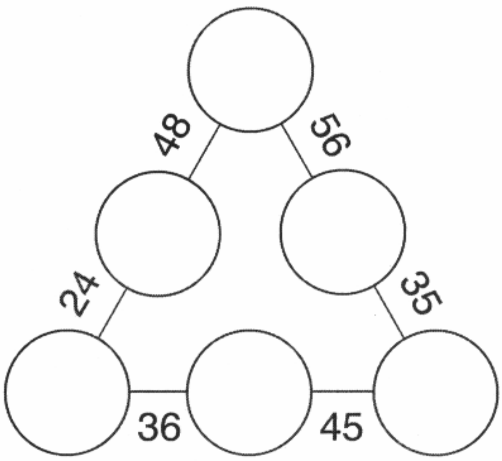
▸ Trage Zahlen so ein, dass die benachbarten Kreise das Produkt auf der Verbindungslinie ergeben









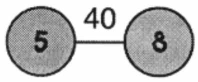


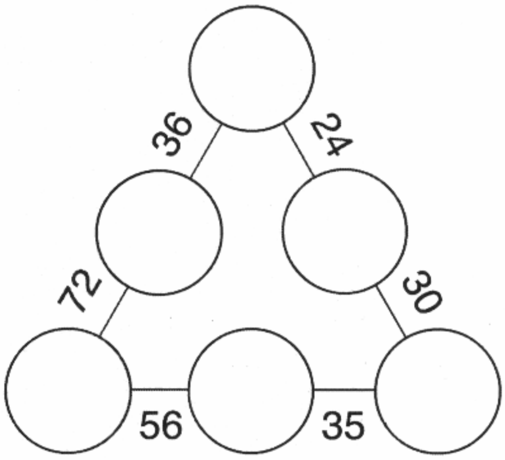
Kallmeyer Verlag Grundschule Mathematik 1 2 I 2004

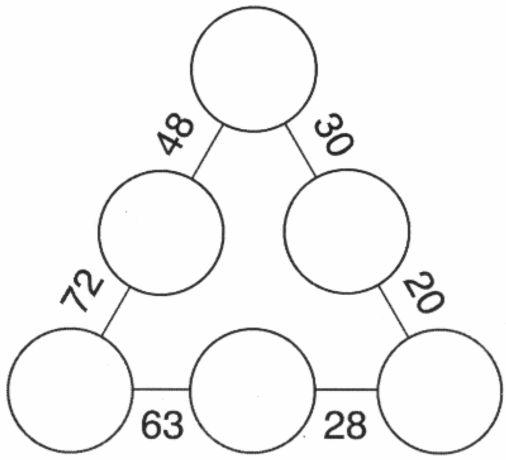
HINZE Gabriele: Maldreiecke. In: Kallmeyer (Hg.): 2/2004. Material-CD

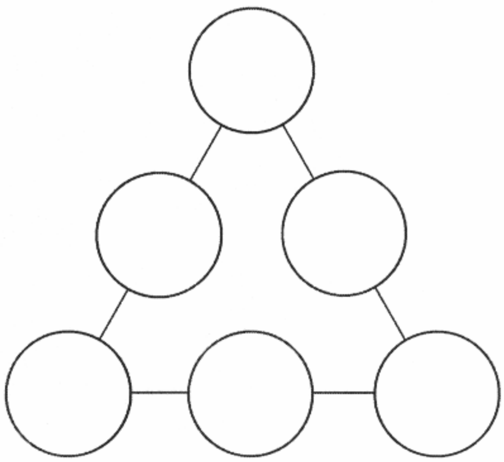
Maldreiecke ❷

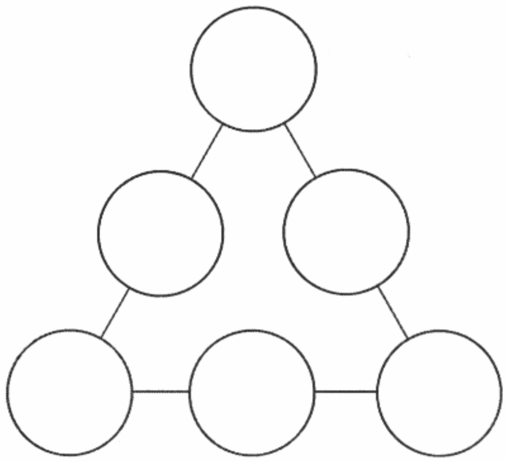
- Trage Zahlen so ein, dass die benachbarten Kreise das Produkt auf der Verbindungslinie ergeben







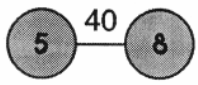


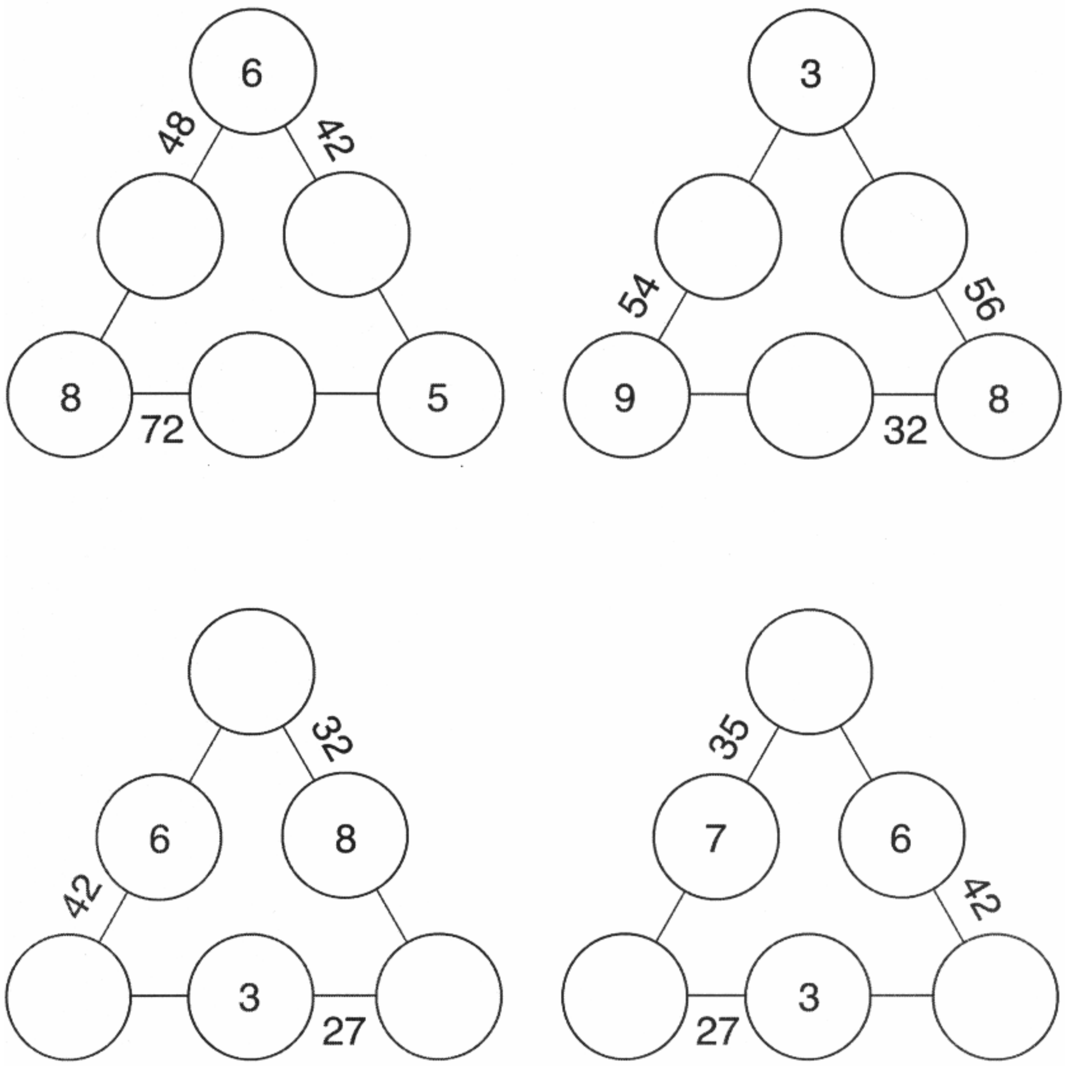


HINZE Gabriele: Maldreiecke. In: Kallmeyer (Hg.): 2/2004. Material-CD

Maldreiecke ❸

▸ Trage Zahlen so ein, dass die benachbarten Kreise das Produkt auf der Verbindungslinie ergeben





HINZE Gabriele: Maldreiecke. In: Kallmeyer (Hg.): 2/2004. Material-CD

Name	Klasse	Datum

Tabula rasa!

Ergänze die richtigen Zahlen!

·	6	7	8	9
4				
3				
7				
2				

·	2	3		
4				28
5			30	
		6		
	14			

·				
5	35			
2		10		
6			18	
1				4

·	3			
	6	8	12	16
	18			
	21			
	27			

·				
2	10			
	15	12		
		32	24	
			18	54

·		3		4
		12		
7	35			
				32
			18	

aus: WITTMANN / MÜLLER, 1994, Anhang, Seite 2/18

Mein Einmaleins-Trainingsplan ______________________

- Trage alle schweren Aufgaben der Reihe nach ein.
  Beginne bei der Fünferreihe.
  Trage keine Tauschaufgaben ein.

- Markiere im Laufe der Zeit die Aufgaben, die du sicher und schnell lösen kannst.

5er-Reihe	25 $5 \cdot 5$				
6er-Reihe					
7er-Reihe					
8er-Reihe					
9er-Reihe					

HINZE Gabriele: Trainingsplan. In: Kallmeyer (Hg.): 2/2004. Material-CD

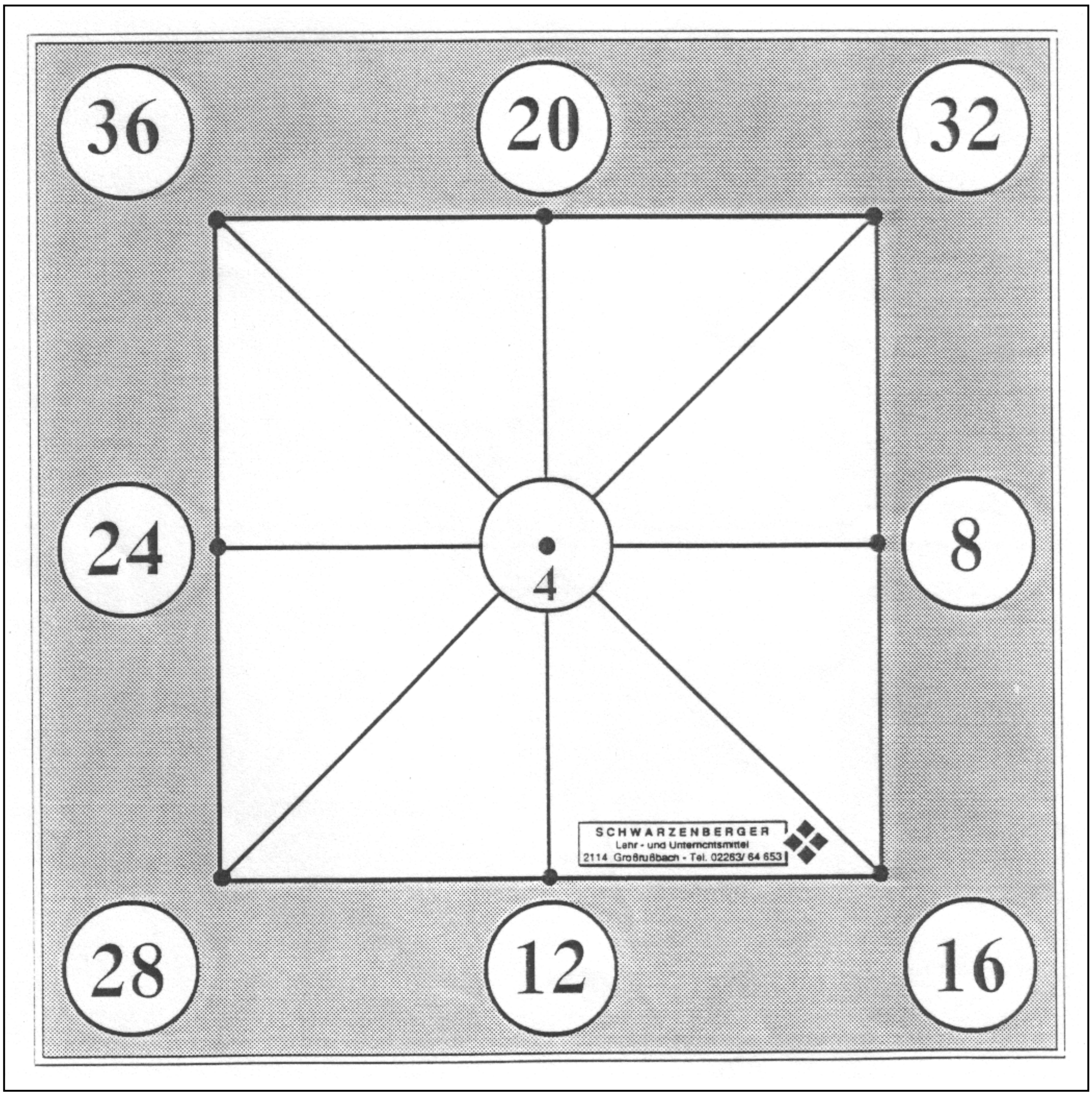
Einmaleins-Mühle

Das brauchst du:

- Einen Partner
- Einen zehnseitigen Würfel (oder 2 normale Würfel, bei denen die 6 mit einer 0 überklebt wurde);
- Spielsteine (Knöpfe, Würfel …) für jedes Kind eine andere Farbe

Spielanleitung:

Ihr würfelt abwechselnd und nehmt die gewürfelte Zahl mit der Grundzahl (in der Mitte des Brettes) mal. Nehmt einen eurer Spielsteine und legt ihn auf die Ergebniszahl. Wer eine 10 oder eine 0 würfelt, darf dem Gegner einen bereits gesetzten Spielstein vom Brett nehmen. Sieger ist, wer zuerst eine geschlossene 3er-Reihe mit seinen Spielsteinen erreicht (waagrecht, senkrecht oder auch diagonal).
Seid ihr euch bei einer Rechnung nicht einig kontrolliert mit dem Punktefeld!



aus: SCHWARZENBERGER, Leopold, Seite 100

Einmaleins Bingo

Anleitung: Vergrößert kopieren, Die drei Spieltafeln ausschneiden, die länglichen Kärtchen einzeln ausschneiden

Es können bis zu 4 Kinder mitspielen.
Jedes Kind benötigt Spielsteine (Knöpfe…)
Ein Kind bekommt die Kärtchen, die drei anderen je eine Spielplatte.
Das Kind mit den Kärtchen liest die Aufgabe ohne die Lösung vor. Die drei anderen besetzen ihr Feld mit der richtigen Lösung mit einem Spielstein. (Kontrolle durch das Kind mit den Kärtchen) Gewonnen hat, wer zuerst 4 Spielsteine in einer Reihe senkrecht, waagrecht oder diagonal liegen hat.
Variante: Hilfsaufgabe auf der Rückseite der Kärtchen zum Vorlesen bei Schwierigkeiten.

4	32	4	28
24	32	8	16
0	12	28	36
20	36	40	16

16	8	28	20
32	20	36	32
8	12	0	4
24	40	16	40

12	32	24	8
28	4	36	16
20	0	8	28
40	32	4	24

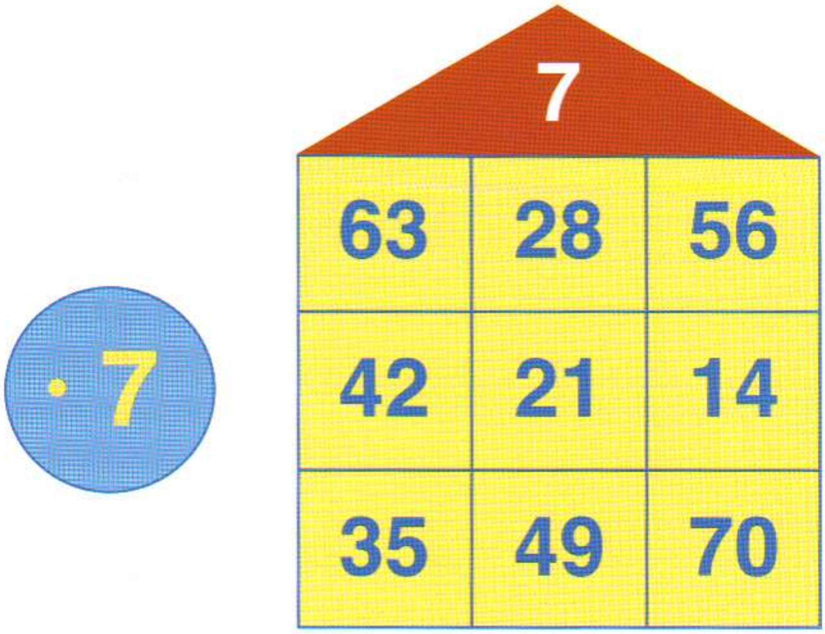
4•1=4	4•2=8	4•3=12	4•4=0	4•5=20
4•6=24	4•7=28	4•8=32	4•9=36	4•10=40
1•4=4	2•4=8	3•4=12	4•4=16	9•4=36
5•4=20	6•4=24	7•4=28	8•4=32	10•4=40
0•4=0	4•0=0			

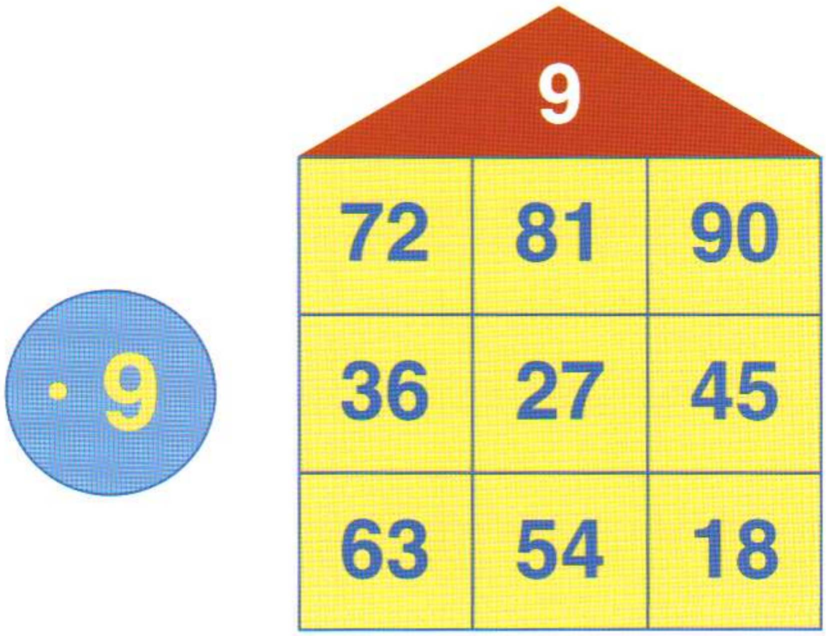
Kärtchen einzeln ausschneiden

Einmaleins-Haus

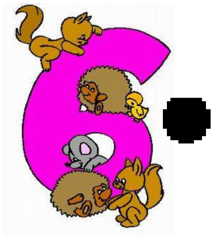
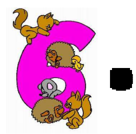
Du brauchst: einen Partner, für jeden 10 Plättchen in einer andern Farbe, einen 10er-Würfel

Ihr würfelt abwechselnd. Jeder nimmt die gewürfelte Zahl mit der Einmaleinszahl im Dach des Hauses mal und besetzt das zugehörige Ergebnisfeld. Würfelst du eine 1 hast du Glück: Du darfst dir zum Malnehmen eine Zahl zwischen 2 und 10 aussuchen. Rauswerfen ist erlaubt.
Gewonnen hat, wer zuerst drei Steine in einer Reihe, Spalte oder Diagonale besetzen konnte.





HINZE Gabriele: Stationenlernen. In: Kallmeyer (Hg.): 2/2004. Materialpaket

START 	5·3= 6·3=	18	5·6= 6·6=
36	5·4= 6·4=	24	6·0=
0	5·8= 6·8=	48	5·2= 6·2=
12	5·5= 6·5=	30	10·6= 9·6= 6·9=
54	5·7= 6·7=	42	ZIEL 

Verzeichnis der Abbildungen

Literaturliste

GAIDOSCHIK, Michael: Multiplizieren & Dividieren im Bereich des kleinen Einmaleins / Skriptum für den Lehrgang LernberaterIn Mathematik des PI-Baden, 2005-2007, Wien 2005

GAIDOSCHIK, Michael: Rechenschwäche – Dyskalkulie, Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern, Wien: öbv-hpt, 2002

GERSTER, Hans-Dieter, SCHULTZ, Rita: Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht, *Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen;* - Pädagogische Hochschule Freiburg, Freiburg im Breisgau: PH Freiburg, 2000

HINZE Gabriele: Maldreiecke. In: Kallmeyer (Hg.): Grundschule Mathematik, Velber 2/2004. Material-CD

KALLMEYER (Hg.): Grundschule Mathematik: Basiswissen Einmaleins, Velber, Friedrich-Verlag 2/2004

KALLMEYER (Hg.): Grundschule Mathematik: Basiswissen Einmaleins, Material-CD, Velber, Friedrich-Verlag 2/2004

KALLMEYER (Hg.): Grundschule Mathematik: Basiswissen Einmaleins: Materialpaket, Velber, Friedrich-Verlag 2/2004

KURHOFER, D. & SZACKNYS-KURHOFER, S.: Mini-Einmaleins. In: Kallmeyer (Hg.): Grundschule Mathematik, Velber 2/2004. Material-CD

MAAK, Angela: Zusammen über Mathe sprechen, Mülheim an der Ruhr, Verlag an der Ruhr 2003

RADATZ, H., SCHIPPER, W., DRÖGE, R. und EBELING, A.: Handbuch für den Mathematikunterricht, 2. Schuljahr, Hannover, Schroedel 1998

SCHWARZENBERGER, Leopold: Werkmappe I. Deutsch-Mathematik. Materialien für spielerisches und selbständiges Lernen

WITTMANN, E. Ch. & MÜLLER, G. N.: Das Zahlenbuch 2, Leipzig – Stuttgart – Düsseldorf, Klett, 2004

WITTMANN, E. Ch. & MÜLLER, G. N.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1, Stuttgart - Düsseldorf - Berlin - Leipzig, Klett,1994; zweite, überarbeitete Auflage

www. rechenschwaeche.at: Internetfassung des Österreichischen Rechenschwäche Magazins: Einmaleinsstörungen, Heft 6/2002

Inhaltsverzeichnis

Aus Gründen der sprachlichen Vereinfachung und zur besseren Lesbarkeit wurde im vorliegenden Text die männliche Form verwendet. Die einzelnen Bezeichnungen gelten selbstredend auch für weibliche Personen.