Eleonore Novak Themensteller: Michael Gaidoschik

Abschlussarbeit

zum

Akademielehrgang LernberaterIn Mathematik

Erfahrungsbericht
zu Kernbereichen des Mathematikunterrichts
auf den ersten drei Schulstufen

Tulln, 2007

Inhaltsangabe

Vorwort

Mein mathematisches Wirken ist seit Beginn des Ausbildungslehrganges zur Lernberaterin für Mathematik geprägt vom Weg-Suchen, von der Frage, wie verbinde ich mein Wissen mit dem vorhandenen Material, sprich Schülerbuch, wie organisiere ich den Mathematik–Unterricht. Das Gefühl des Zerrissenseins begleitete mich seit Beginn meines Versuchens. Zu eingefahren und starr ist das althergebrachte Schema in den österreichischen Lehrbüchern, die neuen didaktischen Erkenntnisse sind in keinem Buch so erkennbar, dass sie mir Stütze geben könnten. Gewohnheiten loszulassen ist nicht leicht. Viele Jahre unterrichtete ich angelehnt an die Schulbücher, im Vertrauen, den Kindern damit sicher alles Wichtige mitzugeben. Der kritische Blick auf die zahlreichen Übungsseiten in den Schulbüchern zeigt jedoch, dass Kinder mit diesen Übungen notwendige Einblicke in mathematische Strukturen nicht gewinnen können.

Erleichternd bei der Lösung von der „sklavischen" Abhängigkeit vom Buch wirkte der genauere Blick in den österreichischen Lehrplan.

Liest man dort nach, erkennt man, dass nicht alles in den Schulbüchern Angebotene wirklich so im Lehrplan vorgeschrieben ist. So kann man zum Beispiel die Beschränkung des Zahlenraumes für Schulanfänger auf die Menge 3, 4, oder 5 im Lehrplan nicht nachlesen, ebenso wenig wie das Fortschreiten im 1.Schuljahr bis genau 30.

Dort steht :

> Als Schwerpunkte bis zum Ende der 2. Schulstufe gelten:
> ...... – das Erarbeiten des Zahlenraumes bis 100 ausgehend von gesicherten Zahlenräumen. ..... Handlungsorientiertes Darstellen und Durchgliedern des schrittweise zu erarbeitenden Zahlenraumes... (LP, S. 292)

Ich lernte das Buch „Rechenschwäche – Dyskalkulie" (Gaidoschik 2002) bereits im Rahmen meiner Ausbildung zum Legasthenie – Betreuer im Jahre 2003 kennen. Als ich dann im Schuljahr 2004/05 wieder mit einer 1. Schulstufe begann, wollte ich meinen Unterricht natürlich meinen Erkenntnissen anpassen. So genau ich auch das Buch gelesen und exzerpiert hatte, musste ich doch in den letzten 2 Jahren immer wieder Versäumnisse in meinem Unterricht, besonders dem der 1. Klasse, feststellen, die ich als Lasten weiterschleppe und mühsam nachbearbeiten muss. Im gleichen Schuljahr startete auch der Akademielehrgang LernberaterIn Mathematik. Die intensiven Theorietage waren meinem Arbeiten in der ersten Klasse hinten nach. So traurig dies für meine jetzige Klasse ist, so hat es doch auch in der Reflexion einen großen Vorteil. Ich kann aus authentischer Erfahrung berichten, worauf es im mathematischen Anfangsunterricht vor allem ganz entscheidend ankommt. Dies darzustellen, möchte ich nun versuchen.

1. Die Arbeit auf der 1. Schulstufe

Auf der 1. Schulstufe wird das Kind zum ersten Mal systematisch mit der Welt der Zahlen konfrontiert. Was ist eigentlich eine Zahl? Um diese Frage zu klären, möchte ich vorab die bei Krauthausen/Scherer (2004) angeführten Zahlaspekte kurz anführen:

Kardinalzahlaspekt	Zahl als Menge	→ dazugeben, wegnehmen
Ordinalzahlaspekt	Zählzahl	→ weiterzählen, rückwärtszählen
	Ordnungszahl	→ Rangplätze
Maßzahlaspekt	Größen, Einheiten	→ Umgang mit Größen
Operatoraspekt:	eine Handlung oder ein Vorgang findet öfter statt	→ Multiplikation, Division
Rechenzahlaspekt	algebraischer Aspekt – Rechengesetzmäßigkeiten	→anwenden math. Strukturen zur Erleichterung des techn. Vorganges beim Rechnen
	algorithmischer Aspekt – Ziffernmanipulation beim schriftl. Rechenverfahren	
Kodierungsaspekt	Bezeichnung von Objekten	→ Codes, Hausnummern

Die Zahl als abstraktes, nicht greifbares Gedankenkonstrukt muss vom Kind erlebt, ergriffen (im wahrsten Sinn des Wortes) werden, um in seiner Vielschichtigkeit begriffen werden zu können.

In den Anfangsmonaten des Schullebens geht es vor allem um die Absicherung des Ordinalzahlaspektes, die Entwicklung des Kardinalzahlaspektes und die Anbahnung des Verständnisses für den Rechenzahlaspekt, im besonderen um die Erarbeitung von Rechengesetzmäßigkeiten.

Geschieht dies nicht in ausreichendem Maße, besteht die Gefahr, dass einzelne Kinder im Ordinalzahlaspekt hängen bleiben und kein mathematisches Verständnis entwickeln können.

1.1 Der Ordinalzahlaspekt

In der Anfangsphase begann ich jedes mathematische Arbeiten im Kreis. Wir beschäftigten uns zuerst mit dem Zählen. Die richtige Abfolge der Zahlwörter war bei allen Kindern bis 10 gegeben, viele beherrschten das Vokabular bis 20, einige bis 100.

Als wir uns dann daran machten, Würferl abzuzählen, zeigte sich, dass nicht alle Kinder die 1:1 Zuordnung sicher beherrschten. Daraufhin zählten wir Würferl in eine Schüssel hinein mit der anschließenden Frage: „Wie viele sind da jetzt drinnen?“

Rückblickend weiß ich, dass ich diese Phase noch viel intensiver gestalten hätte müssen. Solche Abzählaufgaben hätten zum Beispiel als tägliche Begrüßungsaufgabe stattfinden können: Der Lehrer legt auf jeden Schultisch eine Anzahl Würferl, Plättchen, Büroklammern,... Die Anzahl wird den Zahlwortkenntnissen der einzelnen Kinder angepasst. Die Kinder haben einen kleinen Plastikbehälter im Bankfach. Nun zählt eines der beiden Kinder die Gegenstände ab, das zweite Kind schaut kontrollierend zu und benennt den Inhalt („Es sind __ Würferl in der Schachtel.“). Als Erweiterung könnte nun das Kind, das schon gezählt hat, den Auftrag erhalten, einen Würfel dazuzuholen oder einen wegzutragen. Der Partner schaut in die Schachtel, benennt den neuen Schachtelinhalt und erklärt, was sein Partner getan hat und welche Auswirkungen das auf den Inhalt der Schachtel hat. Genauso könnte man hier bereits von der gegenständlichen Ebene auf die Bildebene wechseln. Das nicht zählende Kind zeichnet für jedes in die Schachtel gelegte Würferl ein Kästchen oder Ähnliches auf ein Blatt. Womit gleich im Anschluss Strategien entwickelt werden müssen, wie man

nun beim Zählen von Unbeweglichem vorgehen kann. Ich hätte den Kindern beim späteren Arbeiten im Buch einiges an Problemen erspart, hätte ich mit ihnen Abzählstrategien entwickelt. Wichtig erscheint mir auch, verschiedenste in der Klasse vorhandene Dinge abzuzählen, um die Kinder im Abstraktionsprozess zu unterstützen.
Wie schon erwähnt, kam mein Arbeiten mit dem Ordinalzahlaspekt zu kurz. Bemerken konnte ich dies, als ich im 2. Halbjahr verstärkt im Stationenbetrieb auch Würfelspiele einbaute. Das Vorwärtsrücken auf dem Spielplan gelang nicht allen meiner 26 Kinder einwandfrei. Dass Zählen immer mit der Ermittlung einer genauen Anzahl zu tun hat und dass dieses Ermitteln ein konzentriertes Innehalten von Stück zu Stück erfordert und nicht etwa ein Mitbewegen mit dem oder Vorwärtsschreiten im Silbenrhythmus bedeutet, ist kein voraussetzbares Wissen.

1.2 Der Kardinalzahlaspekt verbunden mit dem Rechenzahlaspekt

Die Zahl muss als Menge verstanden werden. Die Menge setzt sich aus variablen Mengen zusammen. Die Zahl ist nur in ihrem Zusammenhang mit anderen Zahlen fassbar. Das Zahlwort steht für eine Vielzahl an möglichen Zerlegungen. Diese Strukturen zu erfassen und geschickt mit ihnen umgehen zu können, ist das Lernziel für die Kinder.

Wir bauten gemeinsam Geschichten mit Würfeln nach, legten Würfel und erzählten dann, was die Würfel erlebten. Wir stellten Geschichten dar, in denen Kinder in verschiedenen Mengen dazukamen oder weggingen. Als Hauptarbeitsmittel dienten uns allerdings die eigenen Hände. Das bedeutete, dass unser Haupt-Zahlenraum von Anfang an der Zehner war. Ich legte großes Augenmerk darauf, dass die Kinder die Fingerbilder verfügbar hatten und darüber auch sprechen konnten:
„Zeig mir 5, 3, 7,...!“ „Was siehst du jetzt?“ „Eine Hand und 2 Finger dazu.“ Nicht alle Kinder waren von Anfang an in der Lage, die richtige Anzahl ohne Hinaufzählen zu zeigen. Es gelang jedoch allen, die Fingerbilder in eine automatisierte Bewegung zu bringen. „Was brauchst du, um 7 zu zeigen?“, war die nächste Fragestellung, die den Schritt initiieren sollte, das Fingerbild als inneres Bild abzuspeichern. Als Hilfe, um diese Frage beantworten zu können, war es für viele Kinder notwendig, das Fingerbild verdeckt, z.B. im Bankfach, zu zeigen. Davon ausgehend machten wir uns daran, die Zahlen als Zerlegungen zu begreifen.

1.2.1 Die Kraft der Fünf

Ausgehend von den beiden Händen, also zweimal fünf Fingern, lässt sich nun das Hantieren mit Mengen anschaulich erschließen. Die Frage „Steckt in dieser Zahl die Zahl 5 drinnen? Wie viel kommt zu 5 noch dazu?“ bildet eine Grundlage für das rechnerische Erschließen des Zahlenraumes 20, der in weiterer Folge wieder Grundlage für das erfolgreiche Lösen schriftlicher Rechenoperationen sein wird.

Wir fanden also alle Plusaufgaben mit 5 (5+1,5+2, 5+3, 5+4, 5+5) und lernten dabei gleich das Vertauschungsgesetz kennen (1+5, 2+5, 3+5, 4+5). Zusammen mit den Umkehraufgaben (6-1=5, 6-5=1, 7-2=5, 7-5=2 usw.) hatten wir bereits eine Anzahl von schnell automatisierten Rechnungen.

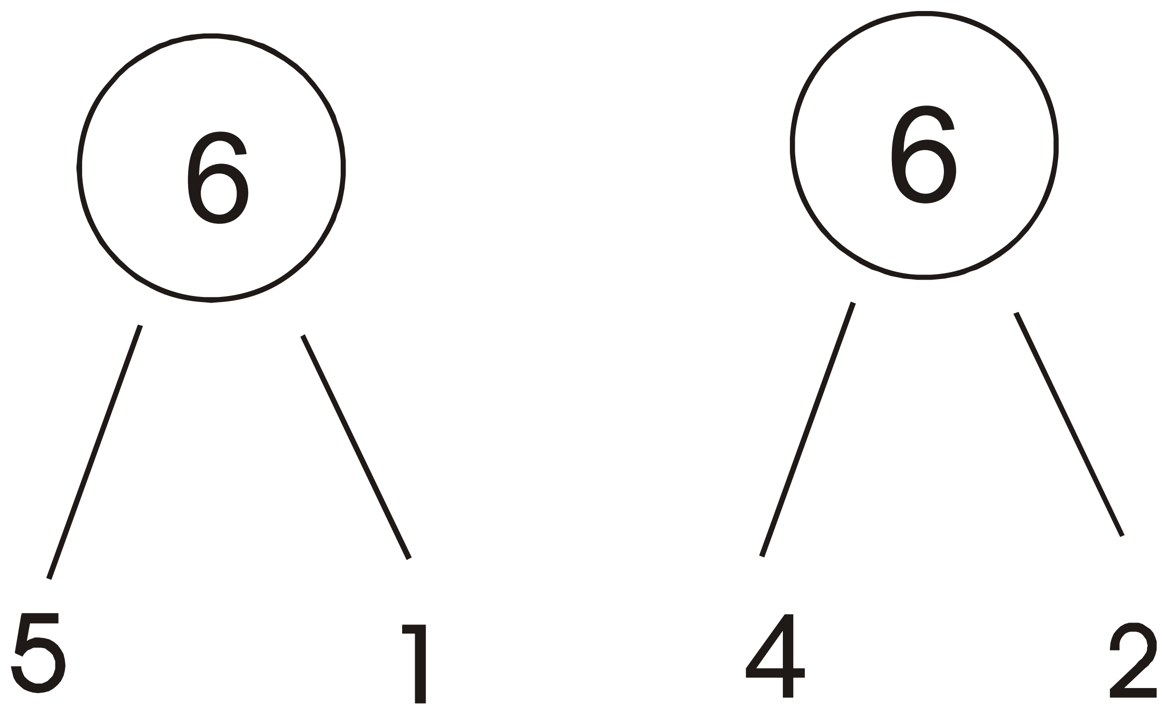
Leider habe ich in dieser Phase verabsäumt, zugleich eine Fünferstruktur beim Legen mit Plättchen zu erarbeiten. Mir war zu dem Zeitpunkt noch nicht bewusst, wie wichtig es ist, mit Kindern darüber zu sprechen, was sie sehen. Wir verwendeten als ordnenden Rahmen die Zehnerplatte der Zahlenreise, die aus 2 Zeilen mit je 5 Unterteilungen besteht. Der Nachteil dieser Platte liegt darin, dass nicht eindeutig erkennbar ist, wie die 5 gelegt werden soll. Die Autoren des Schulbuches geben die Anweisung, immer spaltenweise auszulegen, ein Vorhaben, das mit 26 Kindern nicht durchführbar ist. Andererseits ist auch ein zwingendes Auslegen von links nach rechts optisch nicht ersichtlich. Einige Kinder arbeiteten auch mit Vorliebe von unten nach oben oder wechselnd von rechts nach links. Außerdem verhindert die Begrenzung mit 10 die Weiterführung der Kraft der 5 in den Zahlenraum 20.

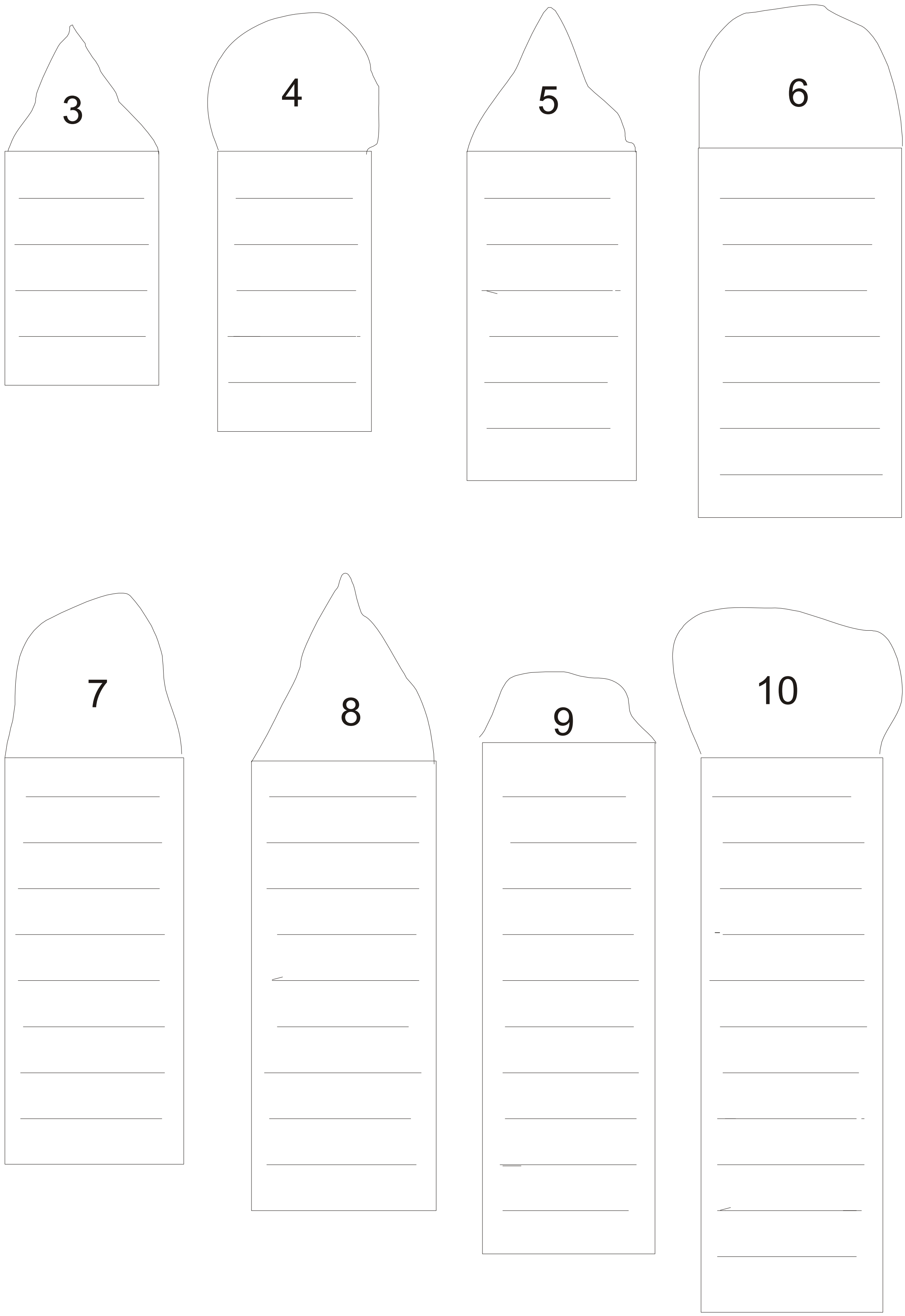
Ideal für die Erarbeitung dieser Struktur ist das Abaco 20-Lerngerät der Firma Betzold oder eine selbst hergestellte Grundplatte mit deutlicher Fünfereinteilung. Diese Form der Strukturierung erweitert sich im kommenden Schuljahr problemlos auf das Hunderterfeld und auch, wenn man will, auf die Hundertertafel.

Warum ist es denn eigentlich wichtig, Mengen geordnet anzulegen? Nun, das große Ziel des Mathematikanfangsunterrichtes ist ja, Kindern ein Verständnis mathematischer Zusammenhänge zu vermitteln und ihnen Alternativen zum zählenden Rechnen zu zeigen. Die Anordnung in Fünfergruppierungen erleichtert das Entwickeln von Strategien im Lösen von Aufgaben und schafft, zumal es ja eine Fortsetzung des Fingerzahlenbildes ist, gedankliche Vorstellungen von Zahlen. Das Sehen von Strukturen in Zahlendarstellungen muss erarbeitet und immer wieder verbalisiert werden. Viele Kinder finden alleine den Weg vom zählenden zum rechnenden Umgang mit Zahlen, ein nicht unbeträchtlicher Teil der Kinder kann sich ohne Hilfe nicht vom Zählen lösen. Nun zurück zur weiteren Durchdringung des Zahlenraumes 10. Wir suchten nun von diesen Kernaufgaben ausgehend andere mögliche Zerlegungen. Dazu verwendete ich die Zahlenhäuser und Knöpfe. In jedem Haus wohnt eine bestimmte Anzahl von Leuten, dargestellt durch Knöpfe. Es gibt 2 Wohnungen. Wie viele können jeweils in den Wohnungen wohnen? Die Kinder experimentierten zuerst, schrieben die Anzahlen in unten abgebildeter Form auf, verglichen ihre Lösungen. Als Hausübung lösten sie nach einiger Zeit das Arbeitsblatt in Plusschreibweise (siehe nächste Seite). Von den 26 Kindern waren nur 4 Kinder beim Zerlegen systematisch vorgegangen. „Was mache ich, damit ich sicher keine mögliche Aufteilung vergesse?“ Mit dieser Frage beschäftigten wir uns dann am folgenden Tag und schrieben die Rechnungen als schöne Päckchen noch einmal auf das gleiche, ein zweites Mal ausgegebene Blatt. Einzelne Kinder formulierten den Zusammenhang beider „Wohnungen“.

Dieser Zusammenhang, hier ein Plättchen weniger bedingt dort ein Plättchen mehr, erschließt sich nicht allen Kindern durch das Handeln alleine. Die Struktur muss explizit angesprochen werden.

Schreibweise während des Legens:




3
4
5
6
7
8
9
10

1.2.2 Verdoppeln und Halbieren

Neben der Kraft der Fünf hat diese Strategie wohl die größte Bedeutung für die Automatisation im Kopfrechnen.

1+1, 2+2, 3+3, 4+4, 5+5 weiß jedes Kind sehr schnell auswendig, auch der schwächste Rechner. Natürlich war mit dem Thema Verdoppeln nicht bei 5+5 Schluss. Wir hatten zwar den Zahlenraum noch nicht über den Zehner erweitert, doch mit den Händen war das weitere Verdoppeln kein Problem:

Je 2 Kinder arbeiten zusammen. Jedes Kind zeigt mit den Fingern eine Zahl, z.B. 6+6. Eine Hand von jedem Kind ist „voll“. Die beiden verschränken die vollen Hände und haben 10. Bei jedem bleibt 1 Finger über, zusammen 2. Es sind 10 und 2 Finger, das heißt 12.

Dieses Verdoppeln ergab sich aus dem Geometrieunterricht. Wir untersuchten symmetrische Figuren und arbeiteten mit Spiegeln. So „zauberten“ wir verdoppelte Würfelanzahlen.

Ich verabsäumte, diese Verdoppelungsbegeisterung gleich für die Automatisation der Rechnungen zu nutzen und baute auch im späteren Verlauf der 1. Klasse die Verdoppelungen nicht mit z.B. dem „plus 1 – Gedanken“ aus. Wenn die Rechnung 5+5 auswendig gewusst wird, kann darauf aufbauend 5+6 automatisiert werden. 6+6 führt zu 6+7, 7+7 zu 7+8, 8+8 zu 8+9.

Beim Rechnen im Hunderter merkte ich dann in der 2. Klasse die Kopfrechenlücken, ebenso natürlich in der Erarbeitung des Einmaleins. Vor allem aber habe ich die Chance nicht ergriffen, die Idee des schönen Päckchens von den Zahlenhäusern her, hier wieder einzusetzen. Je zeitiger im Mathematikunterricht Zusammenhänge immer wieder gefunden werden, desto größer ist die Chance, Kinder zum Nachdenken über das Rechnen zu bringen.

1.2.3 Die Einheit 10

Den dekadischen Aufbau unseres Zahlensystems erarbeitete ich mit den „mathe konkret Rechenblöcken“ des Spectra – Verlages. Die Begrenzung im Rechnen durch die Anzahl der Finger bzw. die Notwendigkeit, beim Rechnen mit Anzahlen, die die eigenen 10 Finger übersteigen, einen Partner zuzuziehen, machten die Einsicht in die Sinnhaftigkeit des Bündelns leicht.

Wir zählten mit dem oben erwähnten Material bis 100, indem wir ein Würferl nach dem anderen aus der Kiste herauszählten und bei immer 10 in Zehnerstangen

umtauschten, und dann noch ein Stück weiter, um erstens die Tragweite des Systems erkennbar zu machen, aber auch, um zweitens die gespannte Aufmerksamkeit der Kinder zu befriedigen. Ein doch beträchtlicher Teil der Kinder ist sehr wohl in der Lage schlusszufolgern, wie es weiter gehen wird. Es ist immer ein großer Genuss, die Freude in den Augen der Kinder zu sehen, wenn sie ihre Annahmen bestätigt vor sich liegen sehen.
Was ist ein Zehner? – Zehn zu einer Stange zusammengeklebte Würferl. Immer im Sitzkreis folgten über mehrere Tage hinweg Eintauschübungen. Ich stellte Schachteln, gefüllt mit verschiedenen Anzahlen von Würfeln in den Kreis. Die Kinder zählten immer 10 Würferl aus der Schachtel und tauschten diese dann in eine Zehnerstange um. Nun versuchten wir, die Anzahl zu benennen: Hier liegen 4 Zehnerstangen und 3 Einzelne = 3 Einer. 4 Zehnerstangen heißen 40. Es waren also 40 und 3 Würferl in der Schachtel. Die Hervorhebung, dass da immer ein –zig dranhängt, ist sehr wichtig. Manche Kinder haben große Probleme im auditiven Gliedern. Das Heraushören der Zehner aus dem komplexen Namen einer Zehner-Einer-Zahl ist dann schwierig. Da viele Kinder natürlich schon wussten, wie die Zahl genannt wird, folgte nun der Name – dreiundvierzig.
Mit den Händen übten wir in Partnerarbeit. „Zeigt mir 12." Ein Kind verschränkte die Finger beider Hände zum Zehner, das andere streckte 2 Finger dazu. „Was habt ihr jetzt?" „12." Wir spielten auch „Zahlen zeigen": Ein Kind gab einem anderen Kind den Auftrag, die Zahl ... (Zahlenraum 100) zu zeigen. Dieses gewählte Kind rief jetzt so viele Kinder, wie diese Zahl Zehner hatte, zu sich . Diese Kinder verschränkten ihre 10 Finger zu einem Zehner und es selber zeigte mit seinen Fingern die Einer. Die Übersetzung der Namen der reinen Zehner in die Anzahl der Zehnerstangen erscheint mir sehr wichtig zu sein. In meiner Arbeit mit rechenschwachen Kindern merkte ich, wie lange es dauert, bis Zahlennamen ohne Starthilfe gedeutet werden können.
Erst nachdem ich das Gefühl hatte, die Kinder wüssten über die reinen Zehner und die Zahlen bis 20 Bescheid, schrieben wir sie auf. Ich legte Zehnerstangen und Einerwürfel, nicht nur der Schreibweise entsprechend, sondern in verschiedenster Anordnung, auf den Overheadprojektor, die Kinder trugen die Anzahl in einen Zehner-Einer- Raster ein:

Z	E

Zuletzt klärten wir das Problem des Schreibens von Zehner – Einer – Zahlen ohne Rasterhilfe. Die zum Sprechen umgekehrte Schreibweise wurde besprochen und war kein Problem.

1.3 Der Operatoraspekt

Die Einführung des Malnehmens, Teilens und des Enthaltenseins versuchte ich schon lange, bevor dies Thema im Buch wurde, an das ich ja noch sehr gebunden war, vorzubereiten.

Die Bedeutung des „mal“ flocht ich immer wieder in Aufträge ein, z.B. im Turnsaal: „Stellt euch zu dritt zusammen.“ Nach Ausführung des Auftrages: „Wie oft haben wir jetzt immer 3?“

Ich legte auch Bilder auf, aus denen man eine Malbeziehung ersehen kann. „Was siehst du?“ „3 Karten. Auf jeder sind .... Schuhe, Äpfel,... drauf. Es sind 3 mal 4 Schuhe.“ (Siehe Abbildung nächste Seite.)

Messen und Teilen spielten wir in Legegeschichten ebenfalls über einen längeren Zeitraum durch. Für beides stellte ich den Kindern das Rechenzeichen „:" vor.

Ich führe jede mathematische Verschriftlichung mit dem Hinweis ein: „Ihr wisst schon, die Mathematiker schreiben eine eigene Geheimschrift, möglichst kurz. Da muss man sich ganz viel dazu denken." Daraus folgend, schreibe ich auch immer wieder eine Rechnung an die Tafel und die Kinder erklären, was da passiert.

Mir ist wichtig, dass Kinder auf der 1. Schulstufe alle grundlegenden Rechenoperationen handelnd durchführen können, dass sie die dafür übliche Schreibweise kennen. Die tiefere Auseinandersetzung erfolgt durch alle weiteren Schuljahre.

1.4 Einführung der Schriftzeichen für die Zahlen

Da ich von Anfang an im Zahlenraum 10 mit den Kindern arbeitete, musste ich natürlich zu Beginn den schriftlichen Teil völlig vom handelnden Unterricht trennen.

Wir lernten die Zahlen bis 10 genauso schreiben wie im Schreibunterricht die Buchstaben. Relativ schnell konnten allerdings im Buch Rechnungen gelöst werden, da dort im kleinen Zahlenraum begonnen wurde.

Aus heutiger Sicht war es ein Fehler, im Buch parallel zu arbeiten. Ich verabsäumte nämlich dadurch, die im mündlichen Unterricht sehr wohl bearbeiteten Rechenstrategien für die Automatisation von Rechensätzchen auch schriftlich in Form von schönen Päckchen oder in produktiven Übungsformen zu bearbeiten. Die Zeit wäre besser genützt gewesen, hätte ich die Kinder mehr individuell, Stichwort: Mathe-Tagebuch, zeichnen und schreiben lassen.

1.5 Abschließende Bemerkungen zur Arbeit auf der 1. Schulstufe

Ich habe ausreichend am kardinalen Zahlverständnis gearbeitet. Alle Kinder der Klasse können mit den Operationszeichen umgehen, verbinden damit Handlungsbilder. Die Ausnahme bildete ein Mädchen, das ich in weiterer Folge in Einzelbetreuung förderte.

Versäumt habe ich allerdings eine ausreichende Automatisierung im Zahlenraum 20.

Ursache dafür war zum einen sicher die fehlende Strukturierung beim Legen der Rechnungen bzw. bei der bildhaften Darstellung derselbigen, andererseits aber auch fehlende Systematik im Aufbau des Kopfrechnens. Ich führte die Verdoppelungsidee nicht weiter, beschränkte mich im Kopfrechnen mehr oder weniger auf das Rechnen im jeweiligen Zehner. Das Rechnen bis 20 mit Überschreitungen siedelte ich im halbschriftlichen Bereich an, wobei verschiedene Strategien zur Sprache kamen. Einige Kinder erreichten dadurch wohl von sich aus gute Kopfrechenfertigkeiten. Für die Gesamtheit der Klasse wäre jedoch ein gezieltes Automatisieren sehr wichtig gewesen, wie ich dann auf der 2. Schulstufe bemerkte.

1.6 Kopfrechnen

Bevor ich nun zur Arbeit auf der 2. Schulstufe komme, möchte ich hier noch kurz, weil sich dieses Thema durch die gesamte Grundschulzeit zieht, auf das Kopfrechnen eingehen.

Das Kopfrechnen war mir immer wichtig. Seit Jahren mache ich in meinen Klassen neben dem Rechtschreibfrühstück auch ein „Die täglichen 20 Kopfrechnungen“. Die Kinder zeichnen am Ende des Wörterdiktats viermal 5 Striche. Darauf werden die Ergebnisse der Rechnungen geschrieben. Am Ende vergleichen die Kinder ihre Lösungen mit denen, die ich an die Tafel schreibe. Von meinem jetzigen mathematischen Standpunkt aus übte ich mit den Kindern regelmäßig etwas, das sie nie wirklich gelernt hatten bzw. worüber nie nachgedacht worden war, wie denn das Rechnen am leichtesten funktionieren könnte. Da ist es auch kein Wunder, dass einsichtige Kopfrechner, man könnte auch sagen Autodidakten, durch das Training immer flotter werden, schwächere Kinder sich aber kaum steigern können.

In der Fachdidaktik ist der Wert und die Bedeutung des Kopfrechnens unumstritten.

Krauthausen/Scherer (2004) unterstreichen, dass das Kopfrechnen in 2 Phasen geübt werden muss, der Grundlegungsphase – also der Erarbeitung - und der Automatisierungsphase, in der genau das abgespeichert wird, was zuvor erarbeitet wurde. Idealerweise sollte, nach Meinung der Autoren, der Lehrer einen monatlichen Plan erstellen. Sie heben eine Konzeption für das Kopfrechnen, und zwar den sogenannten „Blitzrechenkurs" von Wittmann/Müller hervor.
Hier die Abbildung einer Übersicht über die Kopfrechenthemen des Blitzrechenkurses aus Krauthausen/Scherer (2004, S. 43):

	1. Schuljahr	2. Schuljahr	3. Schuljahr	4. Schuljahr
B 1	Wie viele?	Wie viele?	Verdoppeln und Halbieren (H)	Große Zahlen
B 2	Zahlenreihe	Ergänzen zum Zehner	Einmaleins – umgekehrt	In … Schritten bis …
B 3	Zerlegen	Zählen in Schritten	1000 teilen	Ergänzen bis zur Million
B 4	Immer 10/ Immer 20	Ergänzen bis 100	Verdoppeln und Halbieren (T)	Verdoppeln und Halbieren
B 5	Verdoppeln	100 teilen	Zählen in Schritten	Leichte Plus- /Minusaufgaben
B 6	Kraft der Fünf	Verdoppeln und Halbieren	Ergänzen bis 1000	Subtraktion von Stufenzahlen
B 7	Einspluseins	Leichte Plus- /Minusaufgaben	Leichte Plus- /Minusaufgaben	Hunderter- und Tausender-1x1
B 8	Halbieren	Zerlegen	Mal 10	Zehner mal Zehner
B 9	Zählen in Schritten	Einmaleins	Zehnereinmaleins	Stufenzahlen-einmaleins
B 10	Mini-Einmaleins	Quadratzahlen	Überschlags-rechnen	Überschlags-rechnen

Auch im Lehrplan wird die Bedeutung des mündlichen Rechnens hervorgehoben. So kann man im Lehrplan der Volksschule (2000, S.301) lesen:

- *das mündliche Rechnen hat Bedeutung für die Förderung des Zahlenverständnisses, der Rechenfertigkeit, des Operationsverständnisses und für das Lösen von Sachproblemen; ....*
- *zum Lösen von Sachproblemen sind besonders überschlagendes Rechnen, Einschranken und vorteilhaftes Rechnen zu pflegen.*

In den österreichischen Schulbüchern sucht man vergeblich nach einem schrittweisen, methodischen Aufbau für das Kopfrechnen.

Ich versuchte die Versäumnisse der 1. Klasse in der 2. Klasse aufzuholen, kam dabei anfangs in Schwierigkeiten beim Erarbeiten des Einmaleins, da die Grundvoraussetzungen für das Malrechnen noch nicht ausreichend vorhanden waren. So verzögerte sich das Automatisieren der Malrechnungen, womit sich natürlich auch die intensive Beschäftigung mit den „Wie oft mal“ – Rechnungen nach hinten verschob. Dies wiederum führte dazu, dass die Erarbeitung der im Lehrplan in der 3. Klasse geforderten schriftlichen Division gerade noch in diesem Schuljahr Platz haben wird. Lieber hätte ich sie in die 4. Klasse verschoben.
Umgesetzt wird die Systematik des Kopfrechnens in der deutschen Schulbuchserie „Das Zahlenbuch“ (Wittmann/ Müller,2004-2006). Im Schulbuch selbst finden sich in jedem Kapitel an die Kinder gerichtete Übungsanweisungen. Im Lehrerband findet sich ein Blitzrechenpass mit einer genauen Auflistung der Kopfrechenbereiche. Der Lehrgang wird ergänzt durch eine zum Arbeitsheft dazubestellbare Übungs-CD.
Ich benütze die Themenbereiche jetzt als Grundlage meiner beinahe täglichen 20 Frühstücksrechnungen.

2. Die Arbeit auf der 2. Schulstufe

2.1 Der Zahlenraum 100

Die Ausweitung des Zahlenraumes erforderte kein Umdenken in meinen Lehrmethoden, da ich auch vor meiner Ausbildung zur Lernberaterin für Mathematik, beeinflusst von Montessori – Material, das Zehnersystem auf diese Weise einführte.
Dennoch trat, bedingt durch meine sensibilisierte Beobachtung, auch Überraschendes zutage.
Die Einführung erfolgte mit den „mathe konkret Rechenblöcken“ des Spectra Verlages, quasi eine Wiederholung aus der 1. Klasse. Wir schritten Einerwürfel für Einerwürfel, laut mitzählend, voran, tauschten in Zehnerstangen um, stellten fest, was wir jetzt sahen, wie diese Menge benannt wird. Der Vorgang dauerte sehr lange, brachte manche Kinder an die Grenze des Durchhaltevermögens, machte aber die Größe des Zahlenraumes und die Gesetzmäßigkeit des Aufbaues deutlich. Danach folgte eine Phase des Arbeitens in Gruppen, bedingt durch die Verfügbarkeit des Materiales nicht in Einzel- oder Partnerarbeit. Es wurden nach Auftrag Zehner und Einer gelegt. Dann verbalisierten Kinder sinngemäß: Ich habe 4 Zehnerstangen. Sie heißen 40. Dazu kommen 3 Einerwürferl. Ich sehe 40 und 3, das heißt 43.

Darauf folgten Übungen mit dem Oberheadprojektor, wiederum eine Wiederholung aus der 1.Klasse: Ich legte Zehner und Einer ungeordnet auf, die Kinder schrieben in kopierten Z – E – Rastern. Gesprochen wurde ähnlich wie oben. Zuletzt wurde die Schreibweise ohne Raster neuerlich thematisiert.
Die Darstellung der Zahlen mit Stangen und Würferln hat den großen Vorteil, dass mit ihnen auch Vorstellungsbilder für das Kopfrechnen verfügbar sind. Reine Zehner addieren oder subtrahieren verändert nur bei den Stangen etwas. Bei Über – und Unterschreitungen werden im Kopfbild Einer gegen eine Stange eingetauscht oder eine Stange „abgesägt“ (ein Bild, das bei meinem Fördermädchen den Durchbruch brachte). Das System wird mit Hunderterplatten und Tausenderwürfeln erweitert.

Alle Kinder der Klasse können jede Zahl, inzwischen erweitert auf den Zahlenraum 1000, erklären, keines hat Probleme beim Schreiben von Zahlen. Allerdings erlebte ich eine Überraschung, als ich circa 3 Wochen, nachdem wir intensiv in beschriebener Weise gearbeitet hatten und auch wieder andere Themen zwischendurch behandelt wurden, den Kindern als stummen Impuls den folgenden Auftrag am Overheadprojektor präsentierte:

Nichts liegt auf deinem Tisch.

Nehmt zu zweit eine Würfelschachtel.

Einer von euch nimmt einige Hände voll Würfel aus der Schachtel.

Es sollen aber nicht alle sein.

Nun zählt die Würfel.

Legt sie so hin,
dass jeder schnell sehen kann,
dass ihr richtig gezählt habt.

Schreibt die Zahl auf den kleinen, weißen Zettel.

Lasst alles liegen und kommt in den Kreis.

Nur wenige Paare hatten die Würfel in Zehnertürme und Restwürfel gelegt. Einige hatten die Würfel nur in Reihen angeordnet ohne folgende Erklärung, wie man nun leicht sehen könne, wie viele es sind. Einige hatten Muster aus Fünfergruppen gelegt, einige ein Gebäude errichtet und gemeint, man sieht, dass es viele sind.
Sie hätten zu zweit gezählt, das sei Beweis für die Richtigkeit.
Nachdem die Kinder, die in Zehner gebündelt hatten, die Übereinstimmung ihrer Zahl mit dem Gelegten erklärt hatten, gingen alle wieder zu ihren Würfeln, um die Zehnerbündelung nachzuvollziehen. Sieh da, bei 2 Paaren musste nun die geschriebene Zahl geändert werden. Ich nahm für mich aus dieser Stunde die Erkenntnis mit, dass das eigenständige Bündeln eine ganz wichtige Tätigkeit ist und ich den Kindern wesentlich mehr Zeit dafür zugestehen muss. Meine Klasse hatte wohl das Zehnersystem im Aufbau verstanden, aber noch nicht verinnerlicht. Das heißt ohne Anleitung war es noch nicht für die Problemlösung verfügbar. Denn so wenig, wie den Kindern der Gedanke an Zehnerstangen und Einerwürferl in dieser Problemstellung kam, genauso wenig darf man annehmen, dass Kinder von sich aus an die Zusammenhänge beim Plus – und Minusrechnen im vergrößerten Zahlenraum denken. Mir scheint hier der richtige Platz für ein paar Gedanken über das Üben zu sein.

2.2 Gedanken zum Üben

Im Lehrplan der Volksschule (2000, Seite 312) steht unter den fachdidaktischen Grundsätzen zu den Funktionen des Übens:

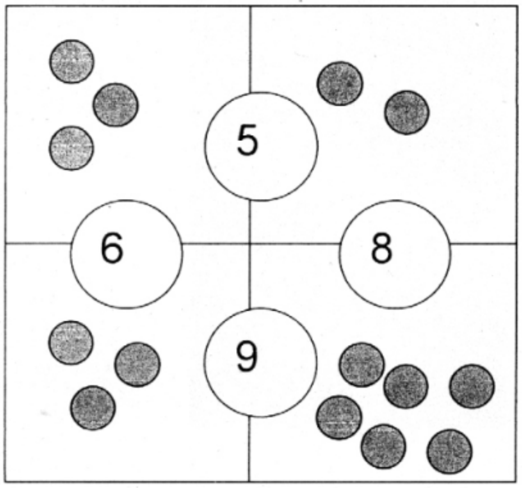
> *Zwischen operativem Üben (Aufbauen von Rechenfähigkeiten) und Üben von Fertigkeiten ist zu unterscheiden. Operatives Üben zielt auf Vertiefen des Verständnisses, z. B. durch das Erkennen von Zusammenhängen, ... Das Üben von Fertigkeiten zielt auf Automatisieren von Grundaufgaben und Techniken.*

Operatives Üben bedeutet also, dass Kinder anhand des gebotenen Übungsmaterials in der Lage sind, mathematische Zusammenhänge zu erkennen. Sie sollen diese aber nicht nur erkennen, sondern auch dazu angehalten werden, sie nachzuvollziehen und während sie üben, laufend zu überprüfen, was mit den Zahlen passiert. Das heißt, gutes Übungsmaterial muss so beschaffen sein, dass einerseits

klar ist, was geübt wird, andererseits es dem Kind aber nicht möglich ist, die Aufgaben gedankenlos, sozusagen im Autopilot , zu lösen.
In österreichischen Schulbüchern findet man wenige Übungsseiten, die dem gerecht werden. Entweder ist die Struktur nicht deutlich genug herausgearbeitet oder ein Nachdenken darüber beim Ausfüllen der Ergebnisse nicht mehr nötig.
Am Beispiel Addieren und Subtrahieren reiner Zehner oder nur von Einern zu gemischten Zehner-Einer-Zahlen bedeutet das, dass das Kind permanent darüber nachdenken sollte, ob es jetzt Zehnerstangen oder Einerwürferl dazugibt bzw. wegnimmt. Es ist also geschickt, beide Aufgabentypen vom Kind gemischt bearbeiten zu lassen. Seitenweises Rechnen nur eines Aufgabentypes festigt beim Kind nicht das Bewusstsein, wann es sich um Zehner und wann um Einer handelt. Das Lösen von Rechenstreifen der Art: 43+20=, 43+50=, 43+5=, 43+3=, 43+30= von Anfang an, erfordert vom Kind genau diese Denkleistung. Mehr Qualität als Quantität.
Eine andere Übungsform ist das produktive Üben. Kinder entdecken eine Struktur und wenden diese an, indem sie eigenständig weitere Rechenbeispiele dazu finden, oder im Tun Zusammenhänge erkennen und diese dann auch verbalisieren. Wenn Kinder in der Lage sind, das, was sie tun und erkennen, auch in Worte zu fassen, ist erst die Voraussetzung gegeben, das Wissen aktiv anzuwenden.
Ich möchte 2 Beispiele für produktives Üben anführen. Das erste hat die Beziehung vom Rechnen im Zehner zum Rechnen im Hunderter zum Thema. Vorausgegangen ist dem Blatt natürlich die Erarbeitung desselbigen mit dem Rechenmaterial. „Wie viele Stangen muss ich absägen. Was passiert mit den anderen?“ usw. Wir fanden zuerst gemeinsam Analogierechnungen. Egal wie viele Zehnerstangen ich habe, beim Subtrahieren von Einern von reinen Zehnern säge ich immer nur eine Stange an. Beim Addieren ohne Überschreitung ändern sich nur die Einer.
Das zweite Beispiel entstammt dem Skriptum zum Lehrgang „Vom Zählen zum Rechnen“(Gaidoschik 2005) und zeigt ein gutes Beispiel, wie mathematische „Diskussionen“ in einer Klasse angeregt werden können. Abbildungen in umgekehrter Reihenfolge!

Übungsformat „Vierfeldertafel“

1) „Rechenvorschrift“ nach Möglichkeit selbst entdecken lassen!



2) Produktive Übungsformen:

„Verschiebe ein Plättchen oben von links nach rechts. Was passiert? Warum?“

„Verschiebe ein Plättchen oben von rechts nach links. Was passiert? Warum?“

„Verschiebe auf der linke Seite ein Plättchen von oben nach unten. Was passiert? Warum?“

„Verschiebe auf der rechten Seite ein Plättchen von unten nach oben. Was passiert? Warum?“

„Gib oben ein Plättchen dazu. Was passiert? Warum?“

Und so weiter und so fort!

Finde immer 3 verwandte Rechnungen dazu.

10 - 4 =	10 - 6 =	10 - 8 =
10 - 3 =	10 - 9 =	10 - 7 =
3 + 4 =	5 + 3 =	2 + 6 =
9 - 3 =	8 - 6 =	4 - 3 =
9 - 5 =	7 - 4 =	6 - 3 =

2.3 Die Zehnerüberschreitung

Bei allem mathematischen Tun ist das eigenständige Handeln, das selbst Probieren eine wesentliche Voraussetzung dafür, dass der jeweilige Zahlenraum erschlossen wird und Einsichten für das Lösen von Problemen gewonnen werden können.

Dies gilt im besonderen Maße bei der Zehnerüberschreitung, soll sie nicht zeitlebens nur zählend bewältigt werden. Ist der Zahlenraum 20 über den Weg der Verdoppelungen und der Kraft der 5 bereits ausreichend rechnerisch gefestigt, stehen den Kindern sicher bei der Zehnerüberschreitung im Zahlenraum 100 bereits Strategien neben dem Teilschrittverfahren zur Verfügung. Der Transfer dieses Wissens in den größeren Zahlenraum müsste schaffbar sein. Leider war meine Klasse, wie bereits erwähnt, nicht so weit.

Im Vorfeld der Zehnerüberschreitung versuchten wir in der Klasse zu klären, ob es leichte und weniger leichte Rechnungen gäbe. Dazu füllten die Kinder folgendes Arbeitsblatt aus:

Leicht oder schwer? Du brauchst jetzt nicht zu rechnen!
Streiche nur die Rechnungen durch, die dir schwer vorkommen.

10 + 3	5 + 5	9 + 4
4 + 9	10 + 2	6 + 4
7 + 8	5 + 7	10 + 8
10 + 5	8 + 2	9 + 1
10 + 6	10 + 1	10 + 7

Wir ordneten die Rechnungen an der Tafel in Schwierigkeitsgruppen. Erwartungsgemäß fielen den Kindern die 10 + Rechnungen am leichtesten, Verdopplungsrechnungen und Ergänzungen auf 10 folgten dicht auf, Überschreitungsrechnungen wurden als schwierig eingestuft.

Ich nahm mir für die Einführung der Zehnerüberschreitung eine Woche Zeit, um die Kinder selber Lösungsmöglichkeiten finden zu lassen. Es zeigte sich, dass vier Möglichkeiten angewandt wurden:

Beispiel: 58 + 8 =

58 + 2 + 6

58 + 10 – 2

50 + 16 bzw. 16 + 50

mit Fingern gezählt

Jede Gruppe neigte dazu, bei jeder Rechnung ihre Strategie beizubehalten. Für ein flexibles Reagieren auf Rechensituationen muss sich das Kind schon sehr sicher im Zahlenraum bewegen und den „Plan“ verinnerlicht haben.

Die Fingerzählgruppe war nur in der Kleingruppe, also mit Anleitung, in der Lage, andere Strategien durchzuführen. Mit dieser Gruppe erarbeitete ich vorrangig das Teilschrittverfahren, da auch die Zehnerunterschreitung damit sicher lösbar ist. Auch der Weg, für „+9“ „+10 – 1“ zu rechnen, war dieser Gruppe einsichtig. Andere Wege wurden abgelehnt.

In den Schulbüchern reduziert sich die Zehnerüber-, unterschreitung auf das Teilschrittverfahren. Damit nimmt man durchschnittlich und schwach interessierten Mathematikern die Möglichkeit, über günstige und ungünstigere Wege nachzudenken. Auch mathematisch begabte Kinder brauchen ein Arbeitsklima, das sie ermuntert, ihre Fähigkeiten zu nutzen, um sich zu entwickeln. Das Darstellen der eigenen Lösungswege war für die Kinder sehr motivierend. Sie bemühten sich sehr, möglichst viele Wege zu finden. Da war dann wieder interessant zu klären, hatten wir diesen Weg schon, ist der wirklich anders?

Für besonders wichtig erachte ich, gerade bei der Zehnerüberschreitung, lange Zeit auf ein Anschreiben des Rechenweges zu bestehen. Einerseits lässt dies bei ausgesuchten Rechnungen immer wieder den Gedankenaustausch unter den Kindern zu und „verführt“ dadurch dazu, auch andere Strategien zu übernehmen. Andererseits können Kinder, die sich schwer vom gewohnten, zählenden Rechnen lösen, durch die immer wieder eingeforderte Pflichtübung des Anschreibens den verstandenen Weg einüben und die Erfahrung machen, dass strategisches Herangehen an Rechnungen doch gegenüber dem Zählen von Vorteil ist.

Der Wert des halbschriftlichen Rechnens liegt darin, dass Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen angewendet werden und die Fähigkeit zum flexiblen Anwenden von Strategien gestärkt wird. Es erhöht die Sicherheit im jeweiligen Zahlenraum.

2.4 Das Malrechnen

Ich lernte im Akademielehrgang einen völlig anderen Zugang zum methodischen Aufbau des Malrechnens kennen. Insofern völlig anders, als nicht, wie in österreichischen Schulbüchern üblich, ganze Malreihen auswendig gelernt werden, sondern von Kernaufgaben ausgegangen wird. An diese Kernaufgaben werden strategisch die noch fehlenden Malsätzchen angebunden.

Der herkömmliche Vorgang beim Malsätzchen-Lernen erfordert ein gutes visuelles und/oder auditives Gedächtnis. Zusammenhänge zwischen den Rechnungen werden nicht hergestellt. Das Operationsverständnis, sofern es wirklich bereits verfügbar ist, wird nicht zum Behalten der Sätzchen eingesetzt. Es wird vorausgesetzt, dass die Kinder sich bereits sehr sicher im Zahlenraum 100 bewegen, eine ausgebildete Größenvorstellung besitzen und schon gute Kopfrechenfertigkeiten entwickelt haben. Dies ist jedoch im ersten Halbjahr der 2. Schulstufe nicht zu erwarten. So reduziert sich das Malrechnen für viele Kinder auf ein Merken von furchtbar vielen Zahlen, die noch dazu so ähnlich klingen, dass auftretende Abruffehler von den Kindern selbst gar nicht bemerkt werden.

Ich legte in der 2. Klasse keinen Wert auf ein Automatisieren der Malsätzchen. Die Arbeit am Operationsbegriff, das Erarbeiten der Zusammenhänge und Bilden von „schönen Päckchen“ war zeitintensiv. Die „Insätzchen“ kamen als solche gar nicht vor. Für das Messen, das wir oft mit Rechenwürfeln durchführten, übernahm ich die Sprechweise aus meinem verwendeten Mathematik – Buch, der „Zahlenreise“, nämlich „Wie oft mal ..“ . Für den Teilungsaspekt gab es auch immer wieder Geschichten, die dann gelegt wurden. Umgekehrt wurden in der Klasse beide Varianten gelegt, wenn ich an der Tafel nur die Symbolschreibweise angab, z.B. 12:3.

Die Kinder erzählten ihre Geschichte zum jeweils gelegten Würfelbild. Dabei stellten wir fest, beides ist richtig, es kommt das gleiche raus.

Wenn ich die Buchseiten doch auch verwendete, hielt ich die Kinder dazu an, die Aufgaben nicht von oben nach unten, also die durchgehende Malreihe, zu schreiben, sondern von den auswendig gewussten Rechnungen ausgehend, die anderen zu errechnen. Da die Kinder mit dem Divisionszeichen etwas anfangen konnten, lösten wir teilweise auch im Buch die Divisionen, jedoch immer im Hinblick auf das Einmaleins.

Ich beschreibe nun kurz, wie ich das Einmaleins erarbeitete.

Vorarbeit:

Wir spielten kurze Geschichten, die den zeitlich – sukzessiven Charakter der Multiplikation zeigten, also dass mehrmals hintereinander das gleiche passiert.

Außerdem stellte ich Legeaufträge: „Leg viermal drei Würferl." Anfangs brauchten einige Kinder Hilfe, also ausführlichere Schritte: „ Leg 3 Würferl eng zusammen, jetzt nimm noch einmal 3 Würferl, leg sie auf einen eigenen Platz. Und jetzt noch einmal. Und noch einmal. Wie oft hast du jetzt immer 3 Würferl hingelegt?" Kreidekreise um die Einzelmengen verdeutlichten das Wie-oft. Umgekehrt legte ich für die Kinder Malgeschichten mit Gegenständen und ließ diese benennen.

Einführung der Schreibweise:

Dazu konnte ich wieder mein Mathematik – Buch, die „Zahlenreise", verwenden. Das, was vervielfältigt wird, wird anfangs in einen vorgegebenen Mengenkreis geschrieben, meinem Kreidekreis um die Würferl herum entsprechend. In der „Zahlenreise 1"(Brunner 2003, Seite 54 ff.) wird der Malgedanke auf die gleiche Weise eingeführt. Meiner Meinung nach eine gelungene graphische Darstellung.

Im Folgenden suchten wir Bilder, auf denen Malrechnungen zu finden waren und schrieben diese dazu. Ergebnisse waren bis hierher nicht von Bedeutung. Es fällt einigen Kindern aber sehr schwer, ihr Augenmerk nicht auf das Ausrechnen zu legen!

Eigentlicher Beginn des Malrechnens:

Ich holte wieder die Spiegel, für jedes Kind einen, und wir verdoppelten, bereits bekannt aus der 1. Klasse. Dadurch hatten wir alle 2 · Aufgaben.

Danach konfrontierte ich die Kinder mit dem 100er-Punktefeld (siehe Seite 27).Mit dem Abdeckwinkel legten zuerst ich, dann die Kinder Punkteanzahlen fest, die Malrechnung wurde dazu gefunden. Der Abdeckwinkel besteht aus 2 rechtwinkelig zusammengeklebten Papierstreifen, die auf das 10 x 10 Punktefeld gelegt werden und so das Punktefeld beliebig verkleinern. Das Problem der Zweideutigkeit, nämlich ob ich jetzt 2 Reihen sehe mit je 6 Punkten oder 6 Reihen mit je 2 Punkten, lag sofort auf der Hand. Wir einigten uns darauf, auf dem 100er-Feld immer zeilenweise zu schauen. Für die Tauschaufgabe drehte ich die Folie auf dem Overheadprojektor. In Folge schrieben wir das 1· 2 als Reihe auf. Das 1 · 10 war sofort abrufbar. Auch das schrieben wir als Reihe auf, ebenso die Tauschaufgaben. Dadurch, dass wir in der 1. Klasse viel mit den Fingerbildern gearbeitet hatten, schien mir auch das 1· 5 geeignet zu sein, um es gleich als Reihe einzuüben. Immer 1 Hand mehr war rechnerisch leicht und sehr anschaulich zu lösen. Das war im Nachhinein gesehen nicht so günstig. Die schwächeren Kinder wussten zwar, wie erwartet, welche Zahlen zur Fünferreihe gehören, aber bei 5·, 6·, usw. zählten sie von 1· 5 an aufwärts. Ich werde also beim nächsten Mal das 1·5 ebenfalls über die Kernaufgaben erarbeiten. 2·5 ist die Tauschaufgabe von 5·2, 10·5 die von 5·10. 5·5 ist die Hälfte von 10·5.

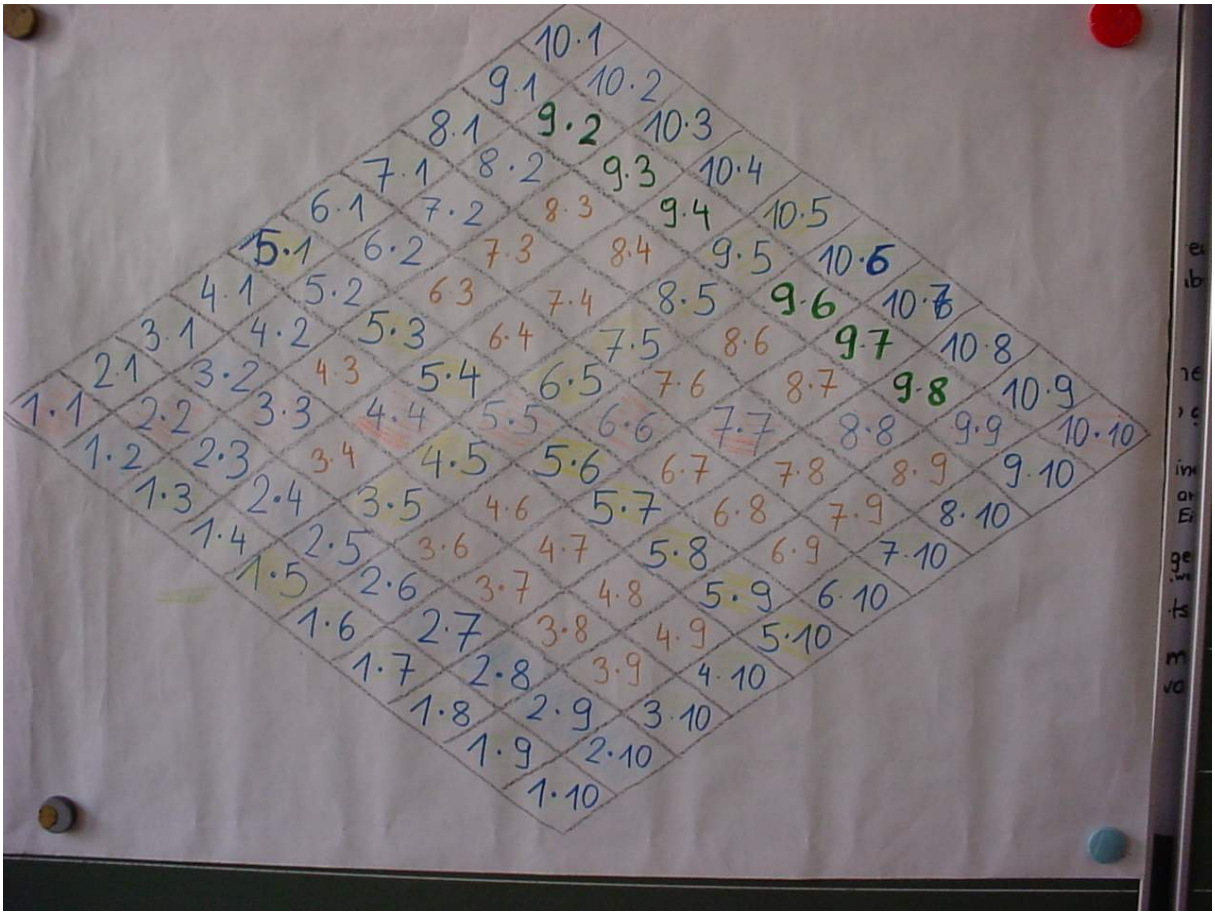
Ich hatte also bisher das 1· 2, das 1 · 5, das 1· 10 und deren Tauschaufgaben. Da das 1 · 5 nicht so schnell verfügbar war wie angenommen, ging ich nun ans Zehner–Verdoppeln und das Zehner–Halbieren. Dadurch hatten wir alle 5 · Aufgaben vom Halbierungsgedanken her abgeleitet. 10·3 führt zu 5·3, 10·4 zu 5·4 usw.. Um unseren Wissensstand, der ja im Buch nur lückenhaft kommentiert war, festzuhalten, übernahm ich aus Wittmann/Müller (2006c) die Einmaleins-Tafel (siehe Seite 30). Ich vergrößerte sie unausgefüllt auf Klassenplakatgröße. Gemeinsam füllten wir aus, was wir schon konnten. Die Kinder bekamen ebenfalls eine leere Tafel im A4-Format, die ebenso wie das Klassenplakat, aktuell beschrieben wurde. So war auch für die Eltern ersichtlich, womit wir uns in der Schule beschäftigten. Zudem diente die Tafel für kleine Partnerübungen zwischendurch.

Danach nahmen wir uns alle 9 · Aufgaben vor. Von allen Nicht - Kernaufgaben war das der erfolgreichste Schritt. Erstens schien die Schwierigkeit der 9 · Aufgaben doch so zu sein, dass die Kinder freudig diesen Weg wählten, zweitens war hier für kein Kind ein Rechenproblem beim Minusrechnen da. Bei anderen Malzerlegungen spielten doch die bei einigen Kindern noch mangelnden Kopfrechenfähigkeiten eine Rolle! Als nächstes beschäftigten wir uns mit 3 · und 6 · Aufgaben. Natürlich wurde bei jeder Ableitung von einer Kernaufgabe der Malaufgabentypus sowohl mit Material gelegt als auch auf dem 100er-Feld mit einer Trennungslinie gezeigt und besprochen.

Wir kehrten wieder zum Buch zurück und erledigten dort die Seiten des 1 · 3 und des 1 · 6 und des 1 · 9.

Auf der Einmaleins-Tafel füllten wir nun die Quadratzahlen aus. Die fehlenden Malrechnungen, also die wenigen Rechnungen des 1·4, 1·7, 1·8, die noch nicht über Tauschaufgaben erarbeitet waren, lernten wir nach dem Schulbuch. Dort waren

diese Aufgaben in ihre Reihe eingebettet. Wir besprachen Strategien für das Rechnen der noch neuen Aufgaben. Die wendigen Rechner in der Klasse konnten zu dem Zeitpunkt bereits gut alle Malrechnungen. Die schwächsten in der Klasse verstanden, wie sie zum Ergebnis kommen könnten, waren aber rechentechnisch noch zu langsam. Einige Kinder haben ein ausgezeichnetes Gedächtnis und zu Hause mit den Eltern parallel oder sogar voraus Malrechnen auf herkömmlichem Wege geübt. (Ein Elternabend zu diesem Thema ist zu wenig.) Diese Kinder sahen keine Notwendigkeit zum Strategielernen.
Im Gesamten habe ich sehr positive Erfahrungen gemacht. Im nächsten Durchgang werde ich verstärkt mit schönen Päckchen arbeiten und noch mehr die Querverbindungen der Nachbaraufgaben im Einmaleins-Plan bearbeiten. Für meine schwachen, nicht so gedächtnisstarken Kinder, war die Arbeit sehr gewinnbringend. Sie fühlten sich nicht als Versager, sie verstanden, worum es ging, die Motivation das Einmaleins weiter zu üben, blieb erhalten.


10·1
9·1 10·2
8·1 9·2 10·3
7·1 8·2 9·3 10·4
6·1 7·2 8·3 9·4 10·5
5·1 6·2 7·3 8·4 9·5 10·6
4·1 5·2 6·3 7·4 8·5 9·6 10·7
3·1 4·2 5·3 6·4 7·5 8·6 9·7 10·8
2·1 3·2 4·3 5·4 6·5 7·6 8·7 9·8 10·9
1·1 2·2 3·3 4·4 5·5 6·6 7·7 8·8 9·9 10·10
1·2 2·3 3·4 4·5 5·6 6·7 7·8 8·9 9·10
1·3 2·4 3·5 4·6 5·7 6·8 7·9 8·10
1·4 2·5 3·6 4·7 5·8 6·9 7·10
1·5 2·6 3·7 4·8 5·9 6·10
1·6 2·7 3·8 4·9 5·10
1·7 2·8 3·9 4·10
1·8 2·9 3·10
1·9 2·10
1·10

3. Die Arbeit auf der 3. Schulstufe

3.1 Kopfrechnen

Das Hauptaugenmerk lag in der ersten Hälfte des Schuljahres auf der Automatisierung des Einmaleins. Täglich waren die Kernaufgaben an der Reihe. Immer wieder gab es Schnell-Schreib-Aufgaben in Form von schönen Päckchen:
Kinder rechnen zum Beispiel, von 5 · ausgehend, 4 · und 6 · Aufgaben. Also

$5 \cdot 2 =$	$5 \cdot 3 =$	
$6 \cdot 2 =$	$6 \cdot 3 =$	und setzen selbstständig fort.
$4 \cdot 2 =$	$4 \cdot 3 =$	

Außerdem war der Aufgabentypus: ZE +/- E mit und ohne Über- und Unterschreitungen täglich vertreten.
Seit Weihnachten üben wir ebenso bei den 20 Frühstücksrechnungen den Typus ZE +/- ZE . Diese Rechnungen schreibe ich an die Tafel, um die schwächeren Kinder zu entlasten und Stress zu vermeiden. Die Kinder schreiben nur die Ergebnisse auf. Beim Vergleichen der Lösungen verwende ich diese Rechnungen, um die Kinder vorrechnen zu lassen wie sie gerechnet haben. Das heißt, ein Kind rechnet jeweils eine Rechnung vor, bei vom Teilschrittverfahren abweichenden Lösungswegen wird kurz besprochen, welchen Vorteil dieser Weg gebracht hat oder auch nur, warum dieses Kind diesen Weg bevorzugte. Das Sprechen über verschiedene Rechenwege fördert das mathematische Verständnis, schwache Rechner erinnern sich wieder an verschiedene Möglichkeiten.
Seit Semester gehören auch „Wie-oft-mal" – Rechnungen ohne Rest zum Standardprogramm.

3.2 „Wie-oft-mal" – Rechnungen mit Rest

Für die Einführung in dieses oft als sehr schwer empfundene Thema benützte ich einen an der Tafel fixierten Hunderter – Zahlenstrahl. Dazu passend hatte ich farbige Siebenerstreifen geschnitten (weil wir uns zuvor besonders mit dem 1 · 7 beschäftigt hatten). „Wie oft mal kannst du einen Siebenerstreifen hinlegen, wenn du genau bis 42 kommen sollst? Wie oft bis 45?" Danach schrieben wir die Divisionen auf:
45:7=6 (R3)

Im Wochenplan war vorgesehen, auf die gleiche Weise mit Vierer- und Achterstreifen zu hantieren. Wenige Kinder nahmen das in Anspruch, den meisten schien die Einführung genügt zu haben. Einzelne Kinder brauchten Wochen später noch einmal kurz das Legen am Zahlenstrahl. Dass beispielsweise obige Rechnung nicht als Ergebnis 7(R4) haben kann, war sofort wieder klar. Diese Fehlerart trat nicht mehr auf.

Als Fortführung kopierte ich für die Kinder den Einmaleins-Plan aus Wittmann/Müller(2005a). Die Kinder malten die malzunehmenden Mengen an und hatten nun eine graphisch sehr einprägsame Vorlage zum Üben der „Wie-oft-mal“ Rechnungen mit und ohne Rest. Auch in der Klasse hängt dieser Plan als jederzeit verfügbares Arbeitsmaterial in bequemer Kinderhöhe(siehe Abbildung, nächste Seite).

Eine gute Anregung fand ich im Zahlenbuch 3 (Wittmann/Müller 2006 b), Seite 19. Dort stehen kurze Situationsschilderungen, z.B.:

> *Was passiert mit dem Rest? Rechne und erzähle die Geschichten zu Ende.*
>
> *a., Vor einem Aufzug stehen 19 Personen. Es dürfen immer 6 Personen mitfahren.*

Ich übernahm diese Geschichten in den Unterricht. Die Besprechung der Lösungen und Fortsetzungen interessierte die Kinder sehr und behandelte sehr lebensnah den operativen Aspekt des Dividierens.

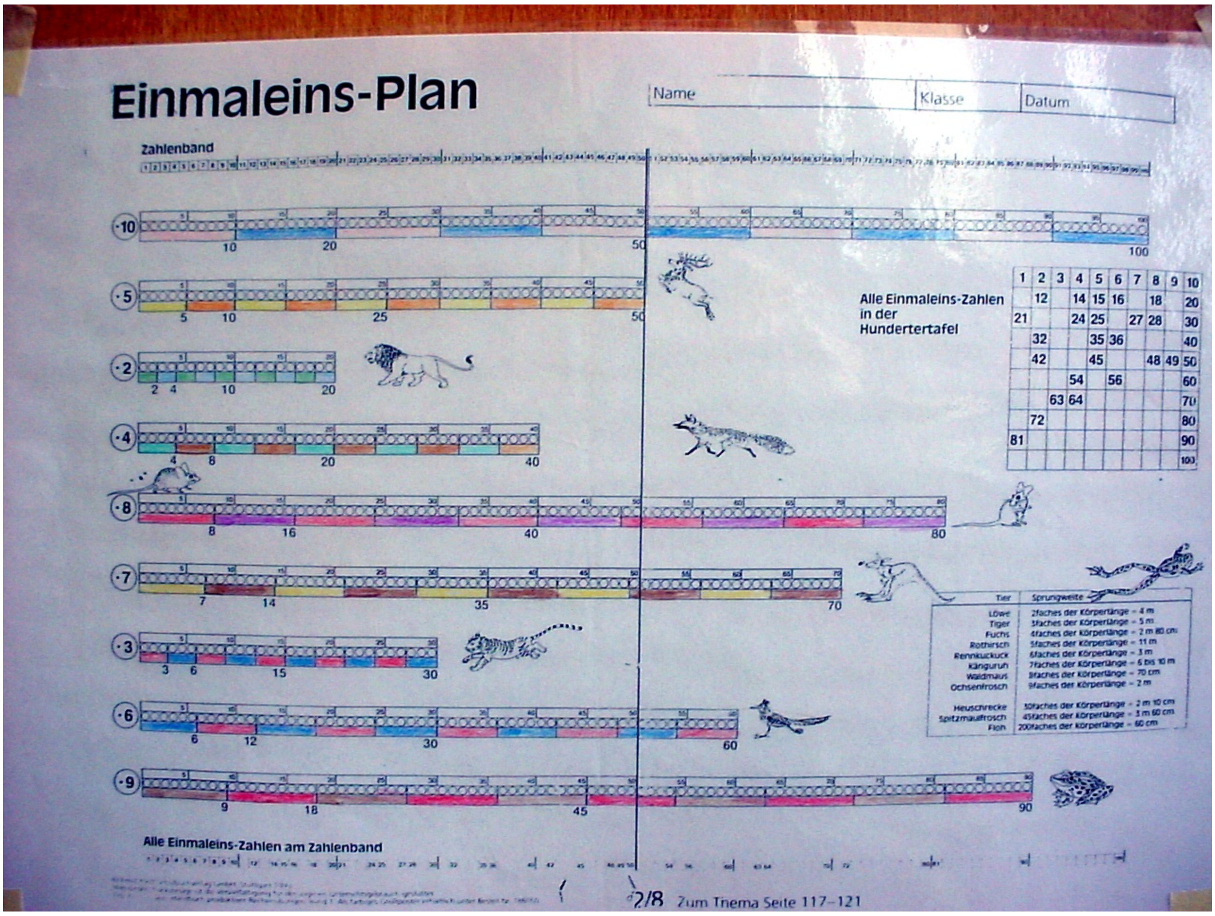
3.3 Umgang mit Größen

Inzwischen ist meine Emanzipation vom Schulbuch schon so weit fortgeschritten, dass ich es wage, die dieses Thema betreffenden Seiten fast völlig zu ignorieren.

Die „Zahlenreise“ beschäftigt sich nämlich vorrangig mit dem Umwandeln von einer Einheit in die andere. Ich glaube nicht, dass seitenlanges Umwandeln zu Einsichten in die Größenverhältnisse führt. Ich glaube auch nicht, dass dieses Üben sehr lebenspraktisch ist. Wo wandle ich schon, außer in schulisch konstruierten Beispielen, im täglichen Leben alles in alles um?

Viel wichtiger scheint mir, dass Kinder im Umgang mit Größen eine Vorstellung von Wie viel? Wie schwer? Wie lang? Wie weit? Wie viel wert? bekommen.

Das in der „Zahlenreise“ vorgegebene Umwandeln mit der Umwandlungstabelle ist für die meisten Kinder keine Hilfe, sondern eine zusätzliche Krücke, die sie nicht wirklich verstehen. Ich bespreche mit den Kindern direkt, wenn eine Rechensituation es erfordert, wie ich zu dem erforderlichen Maß komme, angekoppelt an die Struktur unserer Zahlen, der Zehnerbündelung. Ich habe vor, in der 4. Klasse das Umwandeln an sich zum Thema zu machen. Dazu sind jetzt die Voraussetzungen noch nicht erfüllt. Erst muss eine tragfähige Vorstellung von den Größen aufgebaut sein.



Ich versuche, den Kindern in der Schule, im Stationenbetrieb, möglichst viele Erfahrungschancen zu bieten. Ideal ist es, eine Mutter oder Oma bzw. ein männliches Pendant (großer Seltenheitswert!) zu haben, die diese Station betreut. Meiner Erfahrung nach ziehen Kinder aus der unbetreuten Station nicht so viel Gewinn, weil sie erstens nicht über das, was sie tun, sprechen und zweitens sich sehr oft im Spiel verlieren.

Die zweite wichtige Arbeit besteht darin, die Kinder dazu zu bewegen, wirklich die „Messwerkzeuge“ zu benützen, also das Maßband, die Waage, die Lernuhr. In der Schule reicht dazu nicht immer die Zeit. Manche Kinder brauchen einfach mehr davon. Daher gebe ich gerne Hausübungen mit dem Auftrag, dass das jeweilige Messinstrument benützt werden muss, in der Hoffnung, dass die Person, die das Kind bei der Aufgabe betreut oder sich darüber zumindest informiert, das Kind ebenfalls dazu anregt (siehe Seite 33, 34).

Im Unterricht versuche ich, das Interesse der Kinder zu wecken, indem ich Sachbezüge herstelle, die entweder gerade die Betätigungen der Kinder berühren oder von Bedeutung für das Allgemeinwissen sind. Wieder führe ich Wittmann/Müller an, die hierzu sehr viele Anregungen bieten (vgl. Wittmann/Müller 2005a+b). Auf den nächsten Seiten sind Beispiele zum Längen- Messen zu sehen. Das Abmessen der DIN-Formate war von einer großen Aktivität in der Klasse gekennzeichnet, die unterschiedlichen Messergebnisse zeigten, wie schwierig wirklich genaues Messen ist. In die leeren Spalten maßen die Kinder zu Hause Gegenstände eigener Wahl ab (siehe Seite 35).

Das Textblatt ergab sich aus dem Wettsammeln kürzester Stifte zweier Mädchen, die Gummischlangengeschichten aus einem Geburtstagsfest. Beim Berechnen, wie viel die einzelnen Kinder im Mund hatten, kamen wieder verschiedene Rechenstrategien und Umwandlungen zur Sprache (siehe Seite 38).

Das Körpergrößenblatt, direkt Wittmann/Müller (2005a) entnommen, führte zu angeregten Berechnungen, um wie viel jede(r) abseits des Mittelwertes liegt oder genau entspricht und zum genauen Vergleich der Mädchen mit den Buben (siehe Seite 37).

Mathematik – Hausübung Mittwoch, 17.1.07:

Nimm ein **Maßband**. Leg es aufgerollt vor dich auf den Tisch.
Such nun der Reihe nach die angegebenen Maße. Wie könntest du zu der Länge noch sagen? Schreib jetzt auf:

8 cm = _______mm	2 dm = ________cm
13 cm = ______mm	2 dm = _________mm
55 cm = ______mm	1 m = _________dm
3 dm = ______cm	1 m = __________cm
99 cm = _______mm	1m = _________mm

Ü 50/ 2

Mathematik – Hausübung Donnerstag, 18.1.07:

Nimm ein **Maßband**. Leg es aufgerollt vor dich auf den Tisch.
Such nun der Reihe nach die angegebenen Maße. Wie könntest du zu der Länge noch sagen? Schreib jetzt auf:

8 cm 4 mm = _______mm	2 dm 3 cm = ________cm
13 cm 7 mm = ______mm	2 dm 7 mm = _________mm
55 cm 1 mm = ______mm	1 m 2 dm = _________dm
3 dm 8 cm = ________cm	1 m 19 cm = __________cm
99 cm 9 mm = _______mm	1m 6 mm = _________mm

Ü 50/ 3

Hast du schon ein Geodreieck? Wenn nicht, bitte besorge dir eines und gib es in deine Schultasche!

Mathematik – Hausübung:

1. Suche zu Hause 3 Sachen, von denen du glaubst, dass sie 1 kg schwer sind.
   Bitte deine Mama (Papa), dir beim Abwägen zu helfen.
   Schreib hier auf, was du gefunden hast:

Was?	Wie schwer?

Nun suche 3 Sachen, die leichter als 1 kg sind:

Was?	Wie schwer?

2. Mathematik Hü

→ Rechne mit „Strich" im Heft: 26 + 31 =   68 – 26 =

78 + 17 =   61 – 32 =

(Mit „Strich" bedeutet, dass die Kinder bei jeder Rechnung ihren Rechenweg festhalten.)

→ Marlene kauft ein Kuvert mit Stickers um 5€50c. Dann schleckt sie noch eine Eis um 2€80c.

Wie viel Geld gibt sie aus?

Wie viel Geld bekommt sie zurück, wenn sie mit einem 10€ Schein bezahlt?

(Unbedingt mit Geld legen!!!!)

Wir messen ganz genau!

Gegenstand	Länge .	Breite .	Länge x Breite
Zeichenblock A3			
Heft A4			
Heft A5			
Karteikarte A6			
Karteikarte A7			
Karteikarte A8			
Passfoto			

Wer hat den kürzesten Bleistift?

Tommis Bleistift ist 3cm5mm lang, Anjas 6cm8mm, Sarahs 2dm,
Peters Bleistift 4cm3mm und Susis 9mm.
Sie legen ihre Bleistifte aneinander. Ist die Bleistiftstraße länger oder kürzer als ein DIN A5 – Heft?

3. Bei Andreas Geburtstagstagsparty gibt es Gummischlangen.
   Sie machen ein Wettspiel: Wer kann in 5 Sekunden ohne Hilfe der Hände das größte Stück Gummischlange in den Mund bekommen?
   Bei Martina bleiben 2dm3cm6mm über, bei Julian 18cm3mm,
   bei Teresa 1dm9cm,bei Gerhard 11cm5mm.
   Die Gummischlangen waren beim Auspacken 50cm lang.

4. Gummischlangen um die Wette zu saugen ist lustig. Die Kinder spielen gleich noch einmal. Diesmal stoppt Gerhard.
   Bei Martina bleiben 19cm3mm über, bei Julian 18cm,
   bei Teresa 2dm, bei Alex 20cm4mm.

5. Weißt du, wie viele Kinder bei Andreas Geburtstagsparty sind?
   Wie oft müssen sie spielen, damit jeder einmal gestoppt hat?
   Wie viele Gummischlangen haben sie gebraucht?
   Du kannst hier auf dem Blatt als Beweis zeichnen.

3.4 Fortführung des Malrechnens

So wie das Ausgehen von Kernaufgaben bei der Erarbeitung des Einmaleins neu für mich war, war auch das intensive Arbeiten mit dem Distributivgesetz Neuland.

Ich las darüber bei Krauthausen/Scherer (2004), fand es praktisch aufbereitet mit Kopiervorlagen wieder bei Wittmann/Müller(2005a) und im deutschen Schulbuch „Das Zahlenbuch“ (2006a+b).

Ausgehend vom gesamten Hunderterfeld, wird dieses mit Hilfe eines Kreuzes in 4 Quadranten geteilt. Es entstehen aus 10 · 10 Punkten 4 andere Malrechnungen, die in ihrer Summe natürlich wieder 100 ergeben.

Die Kinder rechneten in Partnerarbeit sehr viele unterschiedliche Malrechnungen und erlebten ein mathematisches Grundprinzip.

Als nächsten Schritt deckten wir einen Teil des 100er-Feldes ab, schrieben die entstandene Malrechnung auf, legten das Folienkreuz (aus alten durchsichtigen Heftumschlägen und Plakatstift für jedes Kinderpaar vorhanden) darüber und trugen die neuen Rechnungen ein.

Zwei Kinder hatten große Probleme mit dem Eintragen in den Raster (siehe nächste Seite, entnommen bei Wittmann/Müller 2006a). Ich dachte erst, sie verstünden nicht, worum es geht, was mich noch mehr verwunderte, da wir diese Zerlegungen in anderer Schreibweise schon gemacht hatten und mir diese Kinder nicht aufgefallen waren. Es stellte sich heraus, dass es ein Orientierungsproblem war – beide sind sehr auffällig in ihrer Raumorientierung. Man muss mitbedenken, dass es sich hier schon um eine sehr anspruchsvolle Darstellungsform handelt.

Ich weitete die Methode auf das 400er-Feld aus. Damit kamen wir ins große Einmaleins und erprobten die Strategie: 6·14 = 6·10 + 6·4

Ansatzweise begannen wir auch Beispiele, wie 14·17, zu bearbeiten. Aus Zeitdruck ging ich jedoch nicht weiter, ich musste noch die schriftlichen Rechenoperationen unterbringen. Ich werde jedoch das Thema heuer noch einmal aufgreifen.

Die Malkreuze erwiesen sich als tolles Arbeitsmittel für die Freiarbeit bzw. für das Arbeiten nach einem Arbeitsplan. Das Rechnen macht den Kindern Spaß, da es Wahlmöglichkeiten und Sozialkontakte bietet, die Selbstkontrolle ist eingebaut.

Malkreuze

4. Resümee meiner Arbeit

Der Weg ist richtig. Schwierigkeiten traten für mich vor allem durch mein verwendetes Schulbuch auf. Viele Seiten wären kontraproduktiv gewesen, ich ließ sie daher aus. Der Vorbereitungsaufwand für die einzelnen Mathematikstunden war enorm. Andererseits verspürte ich zeitweise einen starken Zeitdruck. Das Um und Auf im Arbeiten ist das Darüber-Sprechen. Das wiederum braucht viel Zeit. Durch die hohe Schüleranzahl hatte ich auch oft das Gefühl, dass langsamere Kinder wieder auf der Strecke blieben. Sie konnten das, was sie gerade ansatzweise entdeckt hatten, nicht ausreichend festigen. Sie hörten die Erklärung anderer, kamen aber nicht genügend dazu, selbst Formulierungen zu finden. Die mathematisch gut begabten Kinder genossen vor allem das eigenständige Suchen von Aufgaben und das Weitergehen-Können zu großen Zahlen. Das Entdecken von Zusammenhängen, das Erklären der schönen Päckchen baute durch die Erfolgserlebnisse das Selbstwertgefühl aller auf. Insgesamt erlebten die Kinder den Mathematikunterricht lustvoller. Am Differenzieren innerhalb der Klasse, vor allem während der Gespräche, muss ich noch arbeiten.
Zeitdruck bereitet mir jetzt, auf der dritten Schulstufe, auch der Lehrplan.
Das Erarbeiten der schriftlichen Division wird ein „Gewaltakt“. Ich hätte lieber im mündlichen und halbschriftlichen Bereich intensiver weitergearbeitet. Besonders im Malrechnen wäre es sinnvoller gewesen, noch einige Zeit mit dem großen Einmaleins im halbschriftlichen Bereich zu bleiben. Die Kinder sahen eigentlich gar nicht die Notwendigkeit, jetzt das schriftliche Verfahren anzuwenden! Sie hatten zu großen Spaß am Lösen der Aufgaben mit dem Malkreuz. Außerdem haben immer noch nicht alle Kinder die besterreichbare Sicherheit im kleinen Einmaleins erreicht.
Ich hätte also bis Ostern das Automatisieren noch forcieren wollen, danach das schriftliche Einmaleins eingeführt und die Zeit bis Schulschluss intensiv für die Division, sowohl im operativen als auch im halbschriftlichen Sinn, genützt.
Da ich aber nach Lehrplan auch die schriftliche Division noch in diesem Schuljahr unterbringen muss, war ich gezwungen zu straffen.

Allerdings kann ich noch nicht beurteilen, ob dieser Zeitdruck „objektiv" besteht, oder ob er sich aus den Versäumnissen der ersten Klasse, die, wie schon zu Beginn der Arbeit erwähnt, darauffolgende Schritte nach hinten verschoben, ergeben hat.
Ein weiteres, sehr spannendes Aufgabengebiet fand ich im „Mathematisieren" von Sachtexten. Kinder lesen einen Sachtext und überlegen dann Fragen, die sie zum Text stellen könnten. Danach ordnen sie die Fragen nach solchen, die der Text sowieso schon beantwortet (Das sind die meisten Fragen!), Fragen, die man durch Lesen anderer Informationsquellen lösen könnte, und Fragen, die durch Rechnen beantwortbar sind. Die Rechenfragen sollen zuletzt in selbst gewählter Sozialform gelöst werden. Diese Form von Mathematik erprobe ich zum ersten Mal. Wirkliche Erfahrungswerte kann ich frühestens bis zum Halbjahr des nächsten Schuljahres sammeln. Erste Eindrücke sind, dass es Kindern sehr schwer fällt, echte Fragen zu finden. Viele Kinder empfinden das Bearbeiten der Fragen als sehr anstrengend, weichen lieber auf herkömmliche Arbeitsplanaufgaben aus. Für sie wird der wichtigste Lernschritt sein, dass es sich lohnt, sich längere Zeit intensiv mit einem Problem auseinander zu setzen. Mit manchen Kindern aber geht auch der Forscherdrang durch! Wie auch immer, Mathematik in der Schule lebensnah anzuwenden, bedeutet viel Zeit zur Verfügung zu stellen. Ich entnehme die Geschichten dem Buch „Von Giganten, Medaillen und einem regen Wurm" (Erichson,2003) passend zum Sachunterricht.

Beenden möchte ich meine Arbeit mit einer Kopie aus Buchners „Neues Rechnen – Neues Denken" (Buchner,2005). Die dort erläuterten vier Aufbau- und Verinnerlichungsstufen mathematischer Operationen nach Hans Aebli sind auch im österreichischen Lehrplan festgehalten.
Die Zusammenstellung dieser Stufen mit den Fähigkeiten, die Kinder dafür benötigen und den möglichen Störfaktoren, falls trotz methodisch-didaktisch gutem Unterricht etwas nicht klappt, finde ich sehr geeignet als Grundlage zur Reflexion über die Situation in der Klasse.

Literaturliste

Brunner, Edith u.w.: Zahlenreise. Linz: Veritas - Verlag 2003

Buchner, Christina: Neues Rechnen – Neues Denken. Vom Mathefrust zur Mathelust. Kirchzarten: VAK 2005

Erichson, Christa: Von Giganten, Medaillen und einem regen Wurm. Geschichten, mit denen man rechnen muss 1. Hamburg: vpm 2003

Gaidoschik, Michael: Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrerinnen und Eltern. Wien: öbv-htp 2002

Krauthausen, Günter/ Scherer, Petra: Einführung in die Mathematikdidaktik. München: Spektrum Akademischer Verlag 2004

Lehrplan der Volksschule. Wien: öbv & hpt 2000

Skripten des Akademielehrganges LernberaterIn Mathematik

Wittmann, Erich Ch. / Müller, Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Stuttgart; Berlin; Düsseldorf; Leipzig: Klett Verlag 2005a

Wittmann, Erich Ch. / Müller, Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 2. Stuttgart; Berlin; Düsseldorf; Leipzig: Klett Verlag, 2005b

Wittmann, Erich Ch. / Müller, Gerhard N.: Das Zahlenbuch 3, Lehrerband. Leipzig: Klett Verlag 2006a

Wittmann, Erich Ch. / Müller, Gerhard N.: Das Zahlenbuch 3, Schülerbuch. Leipzig: Klett Verlag 2006b

Wittmann, Erich Ch. / Müller, Gerhard N.: Das Zahlenbuch 2. Leipzig: Klett Verlag 2006c

Wittmann, Erich Ch. / Müller, Gerhard N.: Das Zahlenbuch 1. Leipzig: Klett Verlag 2004