Rechnen bis 100
in der
1. Schulstufe

Ein Unterrichtsprojekt

Verfasserin: Neuwirth Eva

Akademielehrgang: LernberaterIn Mathematik

Zwettl, 2007

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Als Klassenlehrerin einer ersten Schulstufe hatte ich im Schuljahr 2005/06 die Gelegenheit, sofort im Unterricht umsetzen zu können, was ich im Ausbildungslehrgang „LernberaterIn Mathematik“ des Pädagogischen Institutes Baden bei Mag. Michael Gaidoschik lernte.

Da ich natürlich das Entstehen von Rechenschwächen und mathematischen Missverständnissen bei meinen Schülern möglichst vermeiden wollte, entschloss ich mich dazu, meinen Mathematikunterricht anders zu gestalten, als es von österreichischen Schulbuchautoren vorgeschlagen wird. Das geschah natürlich mit Zustimmung der Direktion und nach ausführlicher Information der Eltern.
Die Änderungen betrafen vor allem die Zahlenräume, die Materialauswahl, die Erarbeitungsweise und die Übungsformate. Ich versuchte, aktiv–entdeckendes Lernen zu ermöglichen und legte großen Wert auf Gespräche über Handlungen und gewonnene Einsichten.

Nachdem ich mir am Schulanfang einen Überblick über den Lernausgangsstand meiner Schüler verschafft hatte, starteten wir sofort mit dem Zahlenraum 10. Aufbauend auf das Wissen über Zahlen, Zahlstrukturen und die Rechenoperationen „plus“ und „minus“ im ersten Zehner erweiterte ich im zweiten Semester den Zahlenraum auf 100. So konnten alle Schüler bereits in der ersten Schulstufe Einsichten über den dekadischen Aufbau unseres Zahlensystems gewinnen und Rechenoperationen ohne Zehnerüber– bzw. Zehnerunterschreitung lösen.

Ich erhebe keinen Anspruch darauf, bereits am Anfang meiner Ausbildung immer perfekte Lernumgebungen geschaffen zu haben, aber meine Bemühungen und zeitaufwändigen Vorbereitungen haben sich für die Schüler offensichtlich gelohnt. Das konnte ich in der zweiten Schulstufe eindeutig feststellen.

In dieser Projektarbeit möchte ich näher auf meine methodisch–didaktischen Überlegungen eingehen und meine Unterrichtsarbeit bei der frühen Erweiterung des Zahlenraums auf 100 dokumentieren.

Zur besseren Lesbarkeit verwende ich die männliche Schreibweise, aber die einzelnen Bezeichnungen gelten selbstverständlich für beide Geschlechter.

2. Voraussetzungen für die Erweiterung des Zahlenraums von 10 auf 100

2.1 Kardinale Zahlauffassung

Zahlen müssen von den Kindern als Anzahl aufgefasst werden und nicht als Punkt in einer Zahlwortreihe. Das wäre eine ordinale Zahlauffassung, die leider viele rechenschwache Kinder haben. Mit einer einseitig ordinalen Zahlauffassung ist das Verständnis für Rechenoperationen erschwert, sie führt daher oft zu zählendem Rechnen. Das wäre im Zahlenraum 100 eine gänzlich ungeeignete und unerwünschte Lösungsstrategie.

2.2 Abgesichertes Wissen über Zahlstrukturen im Zahlenraum 10

Zahlen sollen in ihrem Zusammenhang und ihren Beziehungen zu anderen Zahlen verstanden werden. Bei 8 sollten die Kinder beispielsweise nicht nur an 4+4 denken, sondern auch an 7+1 oder an 5+3. Zahlen sind Zusammensetzungen aus anderen Zahlen und stehen zu anderen Zahlen in bestimmten Beziehungen. Diese Einsicht ist eine wesentliche Voraussetzung für das Verstehen zweistelliger Zahlen.

2.3 Durchschauen und Anwenden von Rechenstrategien im Zahlenraum 10

Dazu gehört ein sicheres Operationsverständnis von plus und minus und Einsicht in den Sinn von Tausch– und Umkehraufgaben. Aufgaben sollten die Kinder nicht zählend lösen, sondern durch vergleichendes Rechnen, indem sie geschickte Lösungswege finden und Ableitungsstrategien anwenden.

2.4 Automatisierung der Kernaufgaben im Zahlenraum 10

Mit Kernaufgaben meine ich Verdopplungen wie 3+3 und die dazugehörigen Umkehraufgaben, Aufgaben mit +/– 0 und +/–1 und Aufgaben, die die „Kraft der Fünf“ (vgl. Krauthausen, 1995) nutzen sowie alle Subtraktionen mit dem Ergebnis Null wie 7–7. Diese Kernaufgaben sollten für das Ableiten anderer Additionen und Subtraktionen genützt werden können.

3. Überlegungen zur Materialauswahl

Für die Erarbeitung und Veranschaulichung des Zahlenraums 100 gibt es eine Fülle von Materialien und Lehrmitteln, die zu einem hohen Prozentsatz auch an unserer Volksschule vorhanden sind.
Da ein zu häufiger Wechsel des Materials die Schüler, vor allem die rechenschwachen, eher verwirrt als unterstützt, sollte die Materialauswahl gut überlegt sein.
Gerster und Schultz (1998) stellen bezüglich der Materialverwendung im Unterricht allgemein fest:

> *Das Bereitstellen von Material für ausreichend lange Zeit und die Eigenschaften des Materials sind von großer Bedeutung: Um Zahlen Bedeutung zu geben, müssen sie mit Quantitäten verknüpft werden. Die Verbindungen müssen in der Erfahrungssituation konstruiert werden. Auch das weitere Nachdenken über Zahlen und Zahlbeziehungen stützt*

> *sich zunächst auf sichtbares Material und auf daraus gewonnene Vorstellungen. Abstrakte Begriffe und Beziehungen ergeben sich aus diesem Nachdenken, Reorganisieren oder wie man es nennen mag. ... Aber das Material bestimmt nicht, was das Kind darin sieht. Es bestimmt auch nicht, worauf das Kind seine Aufmerksamkeit richtet. Das Material verändert das Denken nicht, aber es ist mehr oder weniger geeignet, die Reflexion des Kindes zu unterstützen.*

Krauthausen und Scherer (2004) stellen weiters fest:

> *Die drei zentralen Funktionen des Einsatzes von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen sind folgende:*
> - *Mittel zur Zahldarstellung*
> - *Mittel zum Rechnen*
> - *Argumentations– und Beweismittel*

Die Schüler sollten keinesfalls das Gefühl haben, dass das Material nur etwas für die Schwächeren ist. Die Vorbildwirkung des Lehrers beim Materialeinsatz spielt für die Kinder eine wesentliche Rolle.
Kritische Auseinandersetzungen mit der Veranschaulichung des Zahlenraums 100 von Lorenz (2003) und Gaidoschik (2000, 2003) und das Wissen über die Notwendigkeit des reflektierten Einsatzes dienten mir als Grundlage für meine Überlegungen.
Leider ist nicht jedes Material dazu geeignet, ein Stellenbewusstsein für Zehner und Einer entwickeln zu helfen und den Bündelungsgedanken 10E = 1Z zu veranschaulichen.

- **Wenig geeignete Materialien:**
  - Kugelkette
  - Rechenrahmen
  - Rechengeld

- **Gut geeignete Materialien: Strukturiertes Legematerial wie**
  - Mehr–System–Blöcke (oder Dienes–Blöcke)
  - Goldenes Perlenmaterial von Montessori
  - Legemax
  - Legematerial zu „Freude an Mathematik 1“ (Forster et al., 1996) bestehend aus grün/gelben Kartonstreifen bzw. –plättchen
  - Rot/blaues Legematerial aus Holz vom Spectra–Verlag usw.

- **Wenig geeignete Abbildungen bzw. bildhafte Darstellungen des Zahlenraums 100:**
  - Durchnummerierter Zahlenstrahl
  - Hundertertafel

- **Geeignete Abbildungen bzw. bildhafte Darstellungen des Zahlenraums 100:**
  - Zahlenstrahl als Streckenmodell
  - Hunderterfeld

- **Gut geeignete Abbildung bzw. bildhafte Darstellung des Zahlenraums 100:**
  - Hunderterpunktfeld

3.1 Kugelkette

An unserer Schule sind 100er–Kugelketten als Fortsetzung der 20er– bzw. 30er–Rechenkette recht beliebt. Sie werden mit den Schülern aus großen Holzperlen oder Kastanien aufgefädelt und in der Klasse aufgehängt. Jede zehnte Perle bzw. Kastanie hat eine zweite Farbe und soll die Zehnerzahlen symbolisieren.
Leider sind diese Rechenketten nicht gut geeignet, um bei den Kindern die Einsicht 10Einer = 1Zehner zu verstärken. Rechenoperationen können immer nur von einem Schüler durchgeführt werden und das nur durch Verschieben der Kugeln von links nach rechts oder umgekehrt. Im schlimmsten Fall werden diese einzeln verschoben. Das festigt bei den Kindern eher das zählende Rechnen. Bei unreflektierter Verwendung birgt die Kugelkette die Gefahr in sich, dass Zahlen als Positionen gesehen werden und nicht als Menge aller Kugeln bis zu dieser Zahl.
Ein weiterer Nachteil ist, dass immer 100 Perlen sichtbar sind, obwohl man beispielweise für die Rechenoperation 52+10 nur 62 Kugeln bräuchte. Das Wegdenken nicht gebrauchter Kugeln fällt manchen Kindern schwer.

Bei Subtraktionen ist überhaupt die Ausgangsanzahl nicht mehr zu erkennen. Es sind ja immer 100 Kugeln auf der Kette.
Die lineare Anordnung der 100 Kugeln ist außerdem so unübersichtlich, dass die Schüler eigentlich dazu gezwungen sind, Anzahlen durch Zählen zu ermitteln.

3.2 Rechenrahmen

Die Verwendung des Rechenrahmens ist mit ähnlichen Einschränkungen und Gefahren verbunden. Allerdings ist hier die Zehnerbündelung und teilweise durch eine farbliche Strukturierung die „*Kraft der Fünf*“ (vgl. Krauthausen, 1995) zu erkennen. Bei gut überlegtem Einsatz mit dem Wissen des Lehrers um die Gefahr, dass die einzelnen Kugeln als Zählhilfe missbraucht werden könnten, ist der Rechenrahmen für manche Aufgaben durchaus geeignet.
Ungeschickt ist die Verwendung aber beispielsweise bei Aufgaben wie 53+10 oder 53–10. Die meisten Kinder werden hier von sich aus zehn einzelne Kugeln dazu– oder wegschieben und nicht gleich eine ganze Reihe. Diese Problematik müsste auf jeden Fall mit den Schülern thematisiert und besprochen werden, indem man als Lehrer fragt: „Wie könnte man geschickter einen Zehner dazugeben (bzw. weggeben)?“
Ein wesentlicher Nachteil des Rechenrahmens ist also, dass die Zehner nicht als untrennbare Einheit zu erkennen sind und so der Gedanke des Bündelns bei Aufgaben wie 38+2 und die Notwendigkeit des Entbündelns bei Aufgaben wie 30–4 nicht klar genug handelnd erfahren werden können im Sinne von Tauschen eines Zehners in 10 Einer und umgekehrt.
Rechenfehler um 10 könnten später aufgrund dieses mangelnden Verständnisses bei der Materialhandlung gehäuft auftreten.

3.3 Rechengeld

Für die Schüler ist es zwar wichtig, den Umgang mit Geld zu lernen, aber für die Erarbeitung des Zahlenraums 100 ist Geld nicht geeignet. Man sieht einem

10€–Schein nämlich nicht an, dass er gleich viel ist wie zehn 1€–Münzen. Das muss man schon wissen.
Außerdem gibt es nicht nur Zehner und Einer, sondern auch 5€–Scheine und 2€–Münzen. Das könnte Verwirrung stiften und überdeckt nach Gaidoschik (2000) das dekadische Ordnungsprinzip.

Verfügen die Schüler im späteren Unterrichtsverlauf schon über ein gesichertes Wissen über den Zahlenraum 100, dann sollte natürlich auch Rechengeld für den Umgang mit Geldbeträgen verwendet werden. Vor allem in Sachaufgaben und manchen offenen Übungsformen könnte es Anwendung finden. In dieser Phase werden die Kinder allerdings die Aufgaben schon großteils ohne Rechengeld und Materialhandlung lösen.

3.4 Strukturiertes Legematerial

Strukturiertes Legematerial wird wie oben erwähnt in unterschiedlichen Variationen betreffend Farbe, Größe und Material angeboten. Gemeinsam haben all diese Materialien, dass sie aus Zehnerstangen bzw. Zehnerstreifen bestehen und aus Einerwürfeln bzw. Einerplättchen. Wesentlich ist, dass zehn nebeneinandergelegte Einer genau so lange sind wie ein Zehner. 10 Zehner ergeben dann wiederum maßstabsgerecht einen Hunderter usw.. Optimal ist es, wenn bei den Zehnerstangen noch die zehn Einer durch Markierungen erkennbar sind.
Mit diesem Material können die Schüler sehr gut das Bündeln und Entbündeln handelnd erfahren, denn bei Aufgaben wie 30–4 müssen sie tatsächlich eine Zehnerstange auf 10 Einerwürfel wechseln. Gaidoschik (2003) meint dazu:

> *Insofern entspricht dieses Material seiner Struktur nach sehr genau den Anforderungen, die unser Stellenwertsystem selbst bei Aufgaben mit Stellenüber– und –unterschreitung vorgibt: Auch hier ändert sich die Zehnerstelle, obwohl doch Einer dazu– oder weggegeben werden.*

Ein Vorteil ist meiner Meinung nach noch, dass die Anzahl der Zehner und Einer bei geschicktem Auflegen quasi–simultan erfasst werden kann und die Schüler nicht immer alles einzeln zählen müssen.

Lorenz (2003) hat natürlich recht, wenn er meint, dass es auch bei diesem Material nicht ausreicht, „*die Handlungen durchzuführen und die numerischen Veränderungen dabei zu sehen*.“ Ohne passende Fragestellungen entwickeln sich bei den Schülern mit keinem Material automatisch die gewünschten Vorstellungen. Manchen Kindern gelingt es allerdings vor allem mit diesem Material, sich quasi selbst die passenden Fragen zu stellen, die übrigen sind aber auf die Fragen des Lehrers oder anderer Betreuungspersonen angewiesen.
Angenehm ist an diesem Legematerial, dass es jeder Schüler in Form von Kartonstreifen und –plättchen jederzeit selbst zur Verfügung hat und dass es auch leicht zeichnerisch darstellbar ist. Das schaffen sogar die Kinder der ersten Schulstufe schon recht gut.
Außerdem ist dieses „*Material im Mathematikunterricht mehrerer Schuljahre einsetzbar, z.B. auch bei der Erarbeitung der schriftlichen Rechenverfahren im 3. bzw. im 4. Schuljahr*“, was Lorenz und Radatz (1993) als Vorteil hervorheben.
Wie das funktioniert, führte uns Gerster im Rahmen dieses Ausbildungslehrgangs vor.

3.5 Zahlenstrahl

Der Zahlenstrahl ist in meinen Augen kein Material, mit dem Schüler wirklich hantieren können, sondern eher eine Abbildung des Zahlenraums 100.
Werden Operationen nur als Hüpfen nach links oder nach rechts durch Pfeile dargestellt, gelten für den durchnummerierten Zahlenstrahl die selben kritischen Anmerkungen wie für die Kugelkette, nämlich, dass sich Zählen als Lösungsstrategie geradezu anbietet und dass Zahlen als Positionen aufgefasst werden. Für Kinder ist es im Anfangsunterricht nämlich schwer verständlich, dass mit einer Zahl die gesamte Strecke von Null bis zu dieser Zahl gemeint ist.

Besser ist es, wenn man den Zahlenstrahl erst nach der Erarbeitung des Bündelungsgedankens mit strukturiertem Legematerial einführt und anfangs Zahlen bzw. Operationen mit Zehnerstangen und Einerwürfeln auf dem Zahlenstrahl legt. Wird so ein nicht vollständig durchnummerierter Zahlenstrahl als Längen–Darstellung erarbeitet, kann er in manchen mathematischen Bereichen sinnvoll verwendet werden und den Schülern helfen, eine Zahlenraumvorstellung zu entwickeln. Es ist unbedingt darauf zu achten, dass die Kinder eine Zahl als Gesamtstrecke von Null bis zu dieser Zahl verstehen und nicht nur als einen einzelnen Punkt am Zahlenstrahl (vgl. Gaidoschik, 2002).

3.6 Hundertertafel

In österreichischen Schulbüchern der zweiten Schulstufe findet man sehr früh die Hundertertafel als Veranschaulichungsmittel des Zahlenraums 100. Diese verwirrt die Schüler aber anfangs eher, da beispielsweise 11 weiter von 10 entfernt ist als 20. *„Die Vorstellung des Hunderterraumes muss bereits entwickelt sein, bevor dieses Mittel eingesetzt werden kann“*, meint Lorenz (2003).
Die Verwendung der Hundertertafel könnte allerdings zu einem späteren Zeitpunkt eine sinnvolle Differenzierungsmöglichkeit darstellen. Bei Wittmann/Müller (1994) und Scherer (2006) findet man dazu einige interessante Anregungen, die die Autoren selbst meiner Meinung nach zu früh und für alle Schüler vorschlagen.
Zusammenfassend halte ich dieses Material nicht für ein geeignetes Veranschaulichungsmittel für die Erarbeitung des Zahlenraums 100.

3.7 Hunderterfeld

Das Hunderterfeld sieht so wie die Hundertertafel aus, ist allerdings nicht beschriftet. Es kann wie das Hunderterpunktfeld (s. 3.8) verwendet werden, ist aber nicht so gut strukturiert und daher für die Kinder unübersichtlicher. Das macht wiederum öfter das Zählen der Kästchen notwendig. Dem könnte man durch farbliche Strukturierung entgegenwirken, damit auch am Hunderterfeld die *„Kraft der Fünf“* (vgl. Krauthausen, 1995) deutlich erkennbar wird.

3.8 Hunderterpunktfeld

„Das Hunderterpunktfeld stellt die konsequente Fortführung des Zwanzigerfeldes dar", meint Scherer (2006). Es erinnert auch an die Rechenschiffchen mit den Wendeplättchen und ist eine recht gut strukturierte Abbildung des Zahlenraums 100, aber eben nur eine Abbildung. Sie ist zwar für Orientierungsübungen und vor allem für das Veranschaulichen von Malsätzchen sehr brauchbar, aber nicht um beim Schüler erstes Verständnis für Zehner und Einer anzubahnen. Haben die Kinder bereits ein Strukturwissen über den Zahlenraum 100 erworben, halte ich die Einführung des Hunderterpunktfeldes für durchaus sinnvoll. Das nimmt aber meiner Erfahrung nach einige Zeit in Anspruch, da es für manche Schüler nicht leicht ist, das Wissen über zweistellige Zahlen und Rechenoperationen im Zahlenraum 100, das sie sich handelnd mit strukturiertem Legematerial angeeignet haben, auf eine andere Form der Veranschaulichung zu übertragen. Gerade rechenschwache Kinder haben mit zu häufigem Wechsel des Materials bzw. der Veranschaulichung Probleme.

Da das eigentliche Ziel ja nicht die Materialhandlung, sondern das Entwickeln von Strukturwissen über den Zahlenraum 100 ist, führt weniger Material, das sinnvoll und reflektiert eingesetzt wird, oft zu besseren Erfolgen als ein zu großes Materialangebot.

Für meine Unterrichtsarbeit in der ersten Schulstufe wählte ich strukturiertes Legematerial aus Holz, das den Dienes–Blöcken ähnlich ist. Die Zehnerstangen sind rot und die Einerwürfel blau. Es gibt auch noch Hunderterplatten und Tausenderwürfel. Eine weiterführende Verwendung ist also möglich.
Da das Holzmaterial nicht für alle Schüler der Klasse zur Verfügung stand, stellte ich den Kindern in ausreichender Anzahl Zehnerstreifen und Einerplättchen aus rotem und blauem Karton her. Auf den Zehnerstreifen waren die 10 Einer mit Strichen eingezeichnet. Aufbewahren konnten die Kinder das Material in einem Briefumschlag.

Leider entdeckte ich an unserer Schule erst zu spät gebrauchtes Legematerial aus Karton, das zum früheren Rechenbuch „Freude an Mathematik 1“ (Forster et al., 1996) gehörte. Dieses Legematerial hätte den Vorteil, dass es stabiler ist und dass die Einer bei den Zehnerstangen durch Einkerbungen sichtbar gemacht sind, was auch bei der Verwendung auf dem Overheadprojektor gut zu sehen ist. Außerdem ist es auf einer Seite grün und auf der anderen gelb. Daher können die Zehner und Einer auch als Wendeplättchen verwendet werden. Dieses Material gibt es allerdings nur für den Zahlenraum 100 und nicht weiterführend. Ich verwendete es dann in der zweiten Klasse. Der Wechsel des Materials bereitete den Schülern keinerlei Probleme, da es so ähnlich war wie das bekannte Legematerial und die Verwendung schon klar war.

4. Methodisch–didaktische Überlegungen

Mein Ziel ist es, den Mathematikunterricht so zu gestalten, dass meine Schüler die mathematischen Lerninhalte wirklich verstehen und nicht nur vorgegebene Lösungswege reproduzieren können. Außerdem möchte ich nicht durch methodisch–didaktische Fehler das Entstehen von Rechenschwierigkeiten herausfordern. Krauthausen und Scherer (2004) stellen allerdings fest, *„dass es nicht <u>das</u> Konzept, Material oder Lehrwerk gibt, welches (alle) Lernschwächen verhindert und den allgemeinen Lernerfolg garantiert.“*

Auch Wittmann und Müller (1994) meinen, dass es keine Unterrichts–methode gibt,

> *die alle Lernschwächen aus der Welt schaffen und alle Lehr– und Lernprobleme lösen kann. Auf aktiv–entdeckende Weise lassen sich aber die in den Schülern liegenden Möglichkeiten weitaus besser entwickeln sowie ihre Lernschwierigkeiten weitaus besser erkennen und auffangen als mit einem kleinschrittigen, eng geführten Unterricht.*

Unter aktiv–entdeckendem Lernen verstehen die Autoren, dass sich die Schüler möglichst aktiv und selbstständig Wissen erarbeiten und erwerben. Der Lehrer hat die Aufgabe, den Unterricht so zu gestalten, dass die Schüler Gelegenheit haben, selbsttätig zu lernen und sich so bestimmte Fertigkeiten und Lösungsstrategien anzueignen. Den Schülern sollen also nicht fertige Lösungswege präsentiert werden, sondern geeignete Aufgaben und Arbeitsmittel angeboten werden, mit deren Hilfe sie selbst aktiv werden können, um eigene Strategien zu entwickeln und Zusammenhänge zu erkennen. Ergänzend meint Steinbring (2003)

> *Zusätzlich zu der Erkenntnis, dass Lernen nur auf der Grundlage eigener Aktivitäten und persönlicher Konstruktionen von Wissen letztlich erfolgreich sein kann, wird mehr und mehr deutlich, dass diese selbst durchgeführten Lernaktivitäten immer auch zusätzlich von expliziten Reflexionen über das bloße Tun begleitet und gesteuert werden müssen.*

Wichtig ist also der Austausch von Entdeckungen und Lösungswegen mit den Mitschülern. Die Schüler sollen ja voneinander lernen, indem sie andere Lösungsstrategien kennen lernen, bewerten und vielleicht auch übernehmen, wenn sie sich als geschickter als die eigenen herausstellen. Das könnte im Rahmen sogenannter Strategie– oder Rechenkonferenzen geschehen.

Im Gegensatz zu kleinschrittigem Lernen erfolgt aktiv–entdeckendes Lernen in größeren Sinnzusammenhängen. Um dieses ganzheitliche Lernen zu ermöglichen, haben die Autoren Wittmann und Müller des deutschen Mathematikbuches „Das Zahlenbuch 1“ (Wittmann/Müller, 2004) als Einstieg gleich den Zahlenraum 20 gewählt. Der Zahlenraum 100 wird in der zweiten Schulstufe erarbeitet.

In österreichischen Schulbüchern beginnt man üblicherweise noch immer mit dem Zahlenraum 4, 5 oder 6, erweitert in Einerschritten bis 10, dann kommt der Zahlenraum 20, anschließend 30 und zum Schluss noch der Zahlenraum 100 in Zehnerschritten. Das ist ein typisches Beispiel für kleinschrittiges Vorgehen, das keine Einsichten in größere Sinnzusammenhänge unterstützt.

Gaidoschik (2003) schlägt im Gegensatz dazu zu Beginn der ersten Schulstufe als Einstieg den Zahlenraum 10 vor, der sich wegen des dekadischen Aufbaus unseres Zahlensystems anbietet und durch die Finger sehr gut veranschaulichen lässt. Um das Verständnis für unser Stellenwertsystem zu stärken, ist dann eine Erweiterung auf den Zahlenraum 99 bzw. 100 sinnvoll. Der Zahlenraum 20 erfordert nämlich keine Einsicht in Zehner und Einer und Rechenoperationen können von den Schülern leicht zählend bewältigt werden. Gerade das zählende Rechnen ist aber

ein Hauptproblem rechenschwacher Kinder, das vom Lehrer nicht auch noch unterstützt werden soll.
Da mir Gaidoschiks Ansatz logisch erschien, beschloss ich, mich im Schuljahr 2005/06 in meiner ersten Klasse weitgehend an seinen Vorschlägen für die Erarbeitung der Zahlenräume zu orientieren.

Durch die Öffnung des Zahlenraums auf 100 handelt es sich zwar um kein kleinschrittiges Vorgehen, beim Erarbeiten von Rechenoperationen im erweiterten Zahlenraum wollte ich aber durch gezielte Fragestellungen und Übungsaufgaben schon einen gewissen Aufbau von leichteren bis hin zu schwierigeren Aufgaben vorgeben, bis die Kinder eine gewisse Sicherheit beim Addieren von Zehnern bzw. Einern hätten.
Im Vergleich dazu beginnen Scherer (2006) und Wittmann/Müller (1994, 2004) nach Orientierungsübungen im Zahlenraum 100 sofort mit Aufgaben wie 25+12 und folgen so dem Unterrichtsprinzip des aktiv–entdeckenden Lernens. Der Zahlenraum 100 wird allerdings erst in der zweiten Schulstufe erarbeitet, nachdem die Schüler in der ersten Schulstufe ganzheitlich im Zahlenraum 20 mit Zehnerüber– und Zehnerunterschreitung gearbeitet haben.
Diesem Weg konnte ich für meine erste Schulstufe nichts abgewinnen und folgte Vorschlägen von Gaidoschik, die ich vor allem einem Skriptum von unserem Ausbildungslehrgang entnahm, aber auch anderen Publikationen (vgl. Gaidoschik 2002, 2003, 2005).

5. Dokumentation meiner Unterrichtsarbeit bei der Zahlenraumerweiterung auf 100

5.1 Ermittlung des Lernausgangsstandes und Absichern des Zählens bis 20 ohne Aufschreiben

Nach einer möglichst genauen Lernstandserfassung im Jänner 2006 stellte ich fest, dass bei allen Schülern meiner Klasse mindestens die Hälfte aller Plus– und

Minusaufgaben im Zahlenraum 10 automatisiert waren. Bei einigen Schülern waren es sogar fast alle möglichen Aufgaben. Die Ableitungsstrategien von den Kernaufgaben waren allen Schülern bekannt und konnten von ihnen angewendet werden.
Auch das Zählen bis 20 klappte bei allen Schülern schon recht gut. Ich sicherte es nur kurz mit ein paar Zählspielen und –übungen ab, die ich aber dem Wissensstand der Kinder angepasst teilweise auf größere Zahlenräume ausdehnte.

5.2 Erarbeitung der Schreibweise zweistelliger Zahlen

Zuerst flüsterte ich jedem Schüler eine Zahl zwischen 12 und 19 ins Ohr. Die Kinder nahmen aus einem Korb die entsprechende Anzahl von Steckwürfeln.
Auf den Overheadprojektor legte ich 13 Steckwürfel. Wir zählten sie gemeinsam und dann stellte ich folgende Frage: „*Wie kann ich 13 Würfel aufschreiben?*“
Einige Kinder wussten, wie ich bereits erwartet hatte, schon wie man diese Zahl aufschreibt und ein Kind durfte 13 an die Tafel schreiben.
Nun stellte ich die eigentlich auf Verständnis abzielende Frage: „*Kannst du mir auch erklären, wieso man einen Einser und einen Dreier schreibt? Eins plus drei ist doch vier und nicht 13.*“ Meine beste Rechnerin und mein bester Rechner konnten auch das erklären: „*Es sind ja zehn und noch drei dazu.“ bzw. „Das sind ja eigentlich zehn plus drei.“*
Ich reagierte darauf folgendermaßen: „*Gut, dann stecke ich jetzt einmal zehn Würfel zusammen zu einer Zehnerstange. Drei Würfel bleiben mir noch übrig.“*

Z	E

Danach klebte ich ein laminiertes Blatt mit dem Stellenraster an die Tafel und erklärte, dass Z für Zehnerstange und E für einzelne Würfel steht. Nun setzte ich die Ziffern ein, indem ich Ziffernkärtchen auf den Raster heftete. Dazu erklärte ich: „*Ich habe eine Zehnerstange, also schreibe ich 1 unter das Z. Ich habe noch 3 einzelne Würfel, also schreibe ich 3 unter das E.“*

Im Anschluss daran steckten alle Schüler mit ihren Würfeln immer zehn zu einer Zehnerstange zusammen und durften anschließend die Anzahl ihrer Würfel nennen und an die Tafel schreiben (bzw. heften).
Um die noch unausgesprochene Regel, dass nur eine Ziffer von 0 bis 9 in einer Spalte stehen darf, herauszuarbeiten, schrieb ich 10 provokativ in die Einerspalte. Die Schüler stellten rasch fest, dass das falsch ist, weil man ja zehn Würfel zu einer Zehnerstange zusammenstecken kann.

In den nächsten Unterrichtseinheiten bündelten wir größere Mengen von Steckwürfeln bis zu neun Zehnern und trugen die Anzahl der Zehner und Einer im Stellenraster an der Tafel ein ohne die Zahlen zu benennen. Selbstverständlich ließ ich eine Benennung zu, wenn Schüler die Sprechweise wussten.
Andererseits gab ich wiederum Zahlen bis 99 in einem Stellenraster vor und die Schüler legten diese. Diese Übungen führten wir auch in Partnerarbeit durch. Außerdem gab es entsprechende Stationen in freien Lernphasen bzw. bei der Wochenplanarbeit.
Da mit den vorhandenen Steckwürfeln nicht alle Schüler selbst hantieren konnten, führte ich zu diesem Zeitpunkt das neue Legematerial ein, das ich schon im 3. Kapitel näher beschrieben habe. Der richtige Umgang damit klappte sehr schnell.

Als nächste Schwierigkeit präsentierte ich den Schülern öfters zweistellige Zahlen, bei denen ich links die Einerwürfel und rechts die Zehnerzahlen legte. Fehler bei der Notation waren mir da sehr willkommen. Ich nutzte solche Gelegenheiten, um mit den Schülern die Notwendigkeit der Stellendisziplin zu erarbeiten. Sie erkannten rasch, dass sich niemand auskennt, wenn man sich nicht ausmacht, wo die Zehner und wo die Einer hingeschrieben werden. Ein Vergleich mit der Ampel unterstreicht die gewonnene Einsicht, dass man sich nämlich beim Schreiben der Zahlen an Regeln halten muss.
In weiterer Folge schrieben wir Zahlen ohne Stellenraster auf.

Nach der handlungsorientierten Phase, die in meiner Klasse etwa zwei Wochen in Anspruch nahm, bearbeiteten die Schüler auch bildhafte Darstellungen mit steigendem Schwierigkeitsgrad. Sie waren auch aufgefordert, selbst zweistellige Zahlen bildhaft darzustellen (s. Anhang S. 30 – 32).

Als nächsten Abstraktionsschritt konfrontierte ich meine Schüler ein paar Tage später mit symbolischen Angaben wie 8Z + 4E oder 3E + 7Z. Die Kinder hatten nun die Aufgabe, daraus die Ziffernschreibweise zu ermitteln. Es ist dabei wichtig, die Angaben nicht immer stellengerecht zu machen, sondern die Schüler durch abwechselnde Angaben zum Nachdenken über Zehner, Einer und die Stellendisziplin anzuregen (s. Anhang S. 33).
Unter die oben angeführten Aufgaben mischte ich auch solche Angaben mit Null:
3Z + 0E = ____ 0Z + 8E = ____ 0E + 9Z = ____
Fehler wie 3Z + 0E = 3 oder Schreibweisen wie 08 waren mir hier als Sprechanlass für die Erarbeitung des Sonderfalles Null sehr willkommen. Ich hielt mich aus der Diskussion möglichst heraus und war sehr überrascht, wie gut sich manche Schüler schon sprachlich ausdrücken konnten, wenn sie den Mitschülern etwas erklärten. Um die Erklärungen zu veranschaulichen und Behauptungen zu beweisen, nahmen wir bei solchen „Strategiekonferenzen“ nochmals das Material zu Hilfe, um in diesem Fall den Unterschied zwischen 30 und 3 deutlich zu machen.
Was die Schreibweise 08 angeht, fanden die Kinder selbst Beispiele aus ihrem Erfahrungsbereich, wo die Zahlen so geschrieben werden: Digitaluhr, Startnummern bei Shows wie Kiddy–Contest oder Anzeige der Songnummer am CD–Player.

Auch umgekehrte Aufgaben wie 89 = 8Z + 9E waren zu lösen.
Als zusätzliches Übungsmaterial zu einigen Arbeitsblättern stellte ich Dominos und Memories her.

5.3 Erarbeitung der Sprechweise

Manche Schüler meiner Klasse konnten schon die zweistelligen Zahlen richtig benennen, andere wiederum nur wenige und da vor allem die reinen Zehnerzahlen. Daher bot ich den „schwächeren“ Kindern an, die Zahlen so wie auch in der englischen und französischen Sprache in Schreibrichtung zu benennen. 43 heißt dann beispielsweise vierzig–drei. Diese Sprechweise setzte sich allerdings in meiner Klasse nicht durch, da ja immer einige Schüler die richtige Sprechweise verwendeten.

Daher erarbeitete ich nach Gaidoschik (2003) bald gemeinsam mit den Schülern das Regelhafte an der deutschen Sprechweise der zweistelligen Zahlen, nämlich die Silbe –zig am Ende der Zehnerzahlen (mit Ausnahme von 10). Außerdem fanden die Kinder heraus, dass man die Zahlen eigentlich von hinten nach vorne liest. Sie bezeichneten diese „verkehrte“ Sprechweise nicht sehr höflich als „blöd“, „gemein“, „schwer“, usw. In gewisser Weise musste ich ihnen da ja recht geben, da diese Sprechweise ihnen einige Konzentration aberverlangte und zusätzliches Üben notwendig machte. Leider gibt es noch dazu Bezeichnungen von Zahlen, die sich nicht einmal an diese Gesetzmäßigkeit halten. Die Ausnahmen fanden die Schüler nicht ganz ohne meine Hilfe heraus:

- zehn statt einszig
- elf statt einszehn
- zwölf statt zweizehn
- sechzehn statt sechszehn
- siebzehn statt siebenzehn
- zwanzig statt zweizig
- dreißig statt dreizig
- sechzig statt sechszig
- siebzig statt siebenzig

Zu finden, wie die Zahlen aber eigentlich heißen müssten, machte den Schülern großen Spaß und stärkte meiner Meinung auch das Bewusstsein für das Regelhafte, da sie sich konzentriert damit auseinandersetzen mussten.

Das Üben der Sprechweise erfolgte auf verschiedene Arten:

- Lesen von Zahlenkärtchen
- Benennen von Zahlen bei verschiedenen Würfelspielen mit nummerierten Feldern bis 100;
  dazu gehört beispielsweise auch die auf die Hunderterreihe erweiterte Version von „Räuber und Goldschatz“ (Wittmann/Müller, 1994).

- Benennen gelegter oder gezeichneter Zahlen, auch als Blitzblickübung
- Legen, Zeichnen oder Schreiben von Zahlen nach Zahlendiktat
- Gezielte Hörübungen wie: „Wie viele Zehner (oder Einer) hörst du bei 56?“ usw.

Rechenschwache Kinder würden in dieser Phase des Unterrichts vor allem durch das Vertauschen von Zehnern und Einern beim Lesen oder Schreiben zweistelliger Zahlen auffallen. Dies war in meiner Klasse zum Glück nicht der Fall.

5.4 Orientierungsübungen im Zahlenraum 100

Parallel zum Üben der Sprechweise führten wir einige Orientierungsübungen im Hunderterraum durch. Das geschah vor allem durch das Vergleichen von Zahlen.

- „Was ist mehr, 53 oder 35?“ Ich verwendete auch wieder Fragestellungen wie: „Warum ist 53 mehr als 35?“
- „Ordne die Zahlen! Beginne bei der kleinsten Zahl!“ (s. Anhang S. 34)
- „Würfle mit zwei Würfeln!“ bzw. „Ziehe zwei Ziffernkärtchen!“ “Bilde mit den Ziffern die kleinstmögliche/größtmögliche Zahl!“
- Scherer (2006) bietet folgende Übungen mit Ziffernkärtchen, bei denen die Zehner– oder Einerstelle verdeckt ist, an: *„Welche Zahl kann hier stehen?“ bzw. „Welche größte/kleinste Zahl kann hier stehen?“*

3	

	7

- Würfelspiel „Räuber und Goldschatz“ bis 20 und bis 100 (s. oben)
- Zählübungen: bis 100,
  von ___ bis___; rückwärts,
  in Zweier–, Fünfer–, Zehnerschritten,
  nur Zehnerzahlen usw.
- „Was ist um 1 mehr/1 weniger als 45?“

Diese Übungen führten wir ein bis zwei Wochen lang mit gelegten Zahlen, Abbildungen von Zahlen, Zahlenkärtchen, aber auch schriftlich auf Arbeitsblättern aus (s. Anhang S. 34). Außerdem schrieb ich Zahlen in die Blütenblätter bunter Blüten aus Karton, die im Heft geordnet aufgeschrieben oder geordnet vorgelesen wurden. Zur Differenzierung gab es Blüten mit drei bis acht Zahlen. Als Schwierigkeit waren oft ähnliche Zahlen wie 53 und 35 zu unterscheiden. Ich legte großen Wert darauf, dass die Schüler auch erklären konnten, warum sie so schnell wussten, dass 53 mehr als 35 ist. Das Gespräch über Zahlen war mir sehr wichtig.

Der Mächtigkeitsvergleich zweistelliger Zahlen fiel den Kindern in meiner Klasse sehr leicht, was durchaus nicht selbstverständlich ist.
Zu Fehlern in der Zahlwortreihe kam es bei meinen Schülern auch nur sehr selten. Daher war es nicht notwendig besonders intensive Materialhandlungen mit Aufgabenstellungen wie beispielsweise 40 – 1 durchzuführen, bei denen das Entbündeln von einem Zehner in zehn Einer unbedingt erforderlich ist. Auch das Bündeln von zehn Einern zu einem Zehner muss mit Kindern, die Probleme beim Zählen haben, besonders bewusst geübt werden.

5.5 Erarbeiten von Rechenoperationen im Zahlenraum 100

Während wir teilweise noch mit Orientierungsübungen beschäftigt waren, führten wir andererseits auf der Handlungsebene Operationen wie +/– 1, +/– 2, +/– 10, +/– 20, nach einiger Zeit auch +/– 5 bzw. +/– 50 durch. Das machten wir anfangs ohne die Ergebnisse zu benennen, aber sehr wohl reflektiert mit Gesprächen über diese Handlungen. Die Handlungen selbst traten allmählich immer mehr in den Hintergrund. Wir legten mit der Zeit nur mehr die Ausgangszahl und später ließ ich mir von den Schülern nur mehr ansagen, was ich auf dem Overheadprojektor legen sollte.

Für die ersten Operationen wählte ich nur Zahlenmaterial aus, mit dem die Kinder ohne Zählen umgehen konnten. Wichtig war mir, dass die Schüler verstehen, dass man nicht wahllos Zehner und Einer zusammenrechnen darf, sondern nur jeweils gleiche Einheiten wie Z + Z und E + E. Gerade bei lernschwachen Schülern besteht durch mangelndes Stellenbewusstsein die Gefahr, dass sie wahllos Zehner und Einer addieren und subtrahieren, indem sie die Ziffern einer zweistelligen Zahl so vertauschen, dass sie Rechnungen leichter lösen können.
Derartige Fehler traten in meiner Klasse eigentlich nie auf, daher provozierte ich selbst mit falschen Handlungen auf dem Overheadprojektor die Kinder zu einem Widerspruch. Das klappte recht gut als Ausgangspunkt für ein Gespräch über meine Fehler. Es machte ihnen Spaß mir meinen Fehler zu erklären und mir zu beweisen, dass ich Unrecht hatte.

Ende März mussten meine Schüler allmählich die gewonnenen Einsichten auch jeder für sich auf Arbeitsblättern unter Beweis stellen (s. Anhang S. 35). Ich versuchte zwar immer wieder, mich mit einzelnen Schülern zu beschäftigen und deren Verständnis zu überprüfen, aber ich war mir der Gefahr bewusst, dass manche Kinder, die sich selten melden und sich eher wenig an Gesprächen im Klassenunterricht beteiligen, vielleicht unbemerkt Verständnisschwierigkeiten haben. Auf diese Kinder achtete ich besonders genau.

Manche meiner Schüler waren anfangs bei schriftlichen Aufgaben durch die hohen Zahlen noch etwas verunsichert und glaubten auf den ersten Blick, dass die Rechnungen zu schwer seien. Ich kann mir vorstellen, dass diese Verunsicherung eventuell durch entsprechende Äußerungen von Eltern oder Schülern der anderen ersten Klassen verursacht wurde. Sie legte sich jedenfalls recht schnell, da meine Schüler ja immer mehr Sicherheit im Umgang mit zweistelligen Zahlen bekamen.

Parallel zu bzw. im Rahmen der Erarbeitung des Zahlenraums 100 wurde natürlich immer wieder an der Automatisierung des Zahlenraums 10 gearbeitet. Die zunehmende Sicherheit im niedrigen Zahlenraum erlaubte den Kindern auch, sich genauer mit dem erweiterten Zahlenraum zu beschäftigen und immer mehr Einblicke in dessen Struktur zu bekommen.

Anfangs war es für mich nicht einfach, ständig zu differenzieren. Es war ja notwendig, den schwächeren Schülern einladendes Zahlenmaterial wie 63+3 oder 67–5 anzubieten, damit sie nicht zu zählendem Rechnen verleitet wurden. Andererseits wollte ich die guten Rechner genügend fordern.

6. <u>Üben im Zahlenraum 100</u>

6.1 Allgemeine Überlegungen zum Differenzieren und Üben

Röthlisberger (1999) beschreibt die Unterschiede zwischen der *„Differenzierung von der Lehrperson aus“* und *„der Differenzierung vom Kind aus“*. Zur ersteren Form gehört die innere Differenzierung, die vor allem vom Lehrer gesteuert wird, indem er beispielsweise für schwächere Schüler Arbeitsblätter vereinfacht oder Lernstoffe reduziert. Der Lehrer entscheidet über den Leistungsstand des Kindes und weist ihm entsprechende Aufgaben zu.

Wird hingegen der Unterricht im Sinne des aktiv–entdeckenden Lernens und sozialen Lernens gestaltet, so bietet sich nach Wittmann und Müller eine Differenzierung vom Kind aus an, die sie als **natürliche Differenzierung** bezeichnen. Dadurch, dass ganzheitlich gelernt wird, enthalten die zu behandelnden Themen selbst schon Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit. Außerdem können sich die Kinder frei für Hilfsmittel, Rechenweg und Form der Lösung entscheiden und sich je nach ihren Fähigkeiten mit mathematischen Inhalten auseinandersetzen und dazulernen.

Beispiele für geeignete Lernumgebungen findet man im Buch „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“ (Hengartner et al., 2006). Die Mitautoren Hirt und Wälti betonen:

> *„Unsere Lernumgebungen sollten – nicht zuletzt dank der Strukturhilfen – über eine niedere Eingangsschwelle verfügen und allen Lernenden Zugang zu den ersten Aufgaben ermöglichen.“*

Leider stand mir dieses Buch im vorigen Schuljahr noch nicht zur Verfügung. Mein Unterricht wäre durch das Schaffen einiger der beschriebenen Lernumgebungen sicher besser gewesen.
Ganzheitliche Zugänge und offene Aufgaben ermöglichen eine natürliche Differenzierung, die keinen Schüler über– oder unterfordert. *„Viele Aufgaben"* wie Zahlenmauern, Zahlenketten oder Rechendreiecke *„erlauben eine quantitative und qualitative Differenzierung"* (Krauthausen/Scherer, 2004).

Beim aktiv–entdeckenden Lernen findet Üben eigentlich während des gesamten Lernprozesses immer wieder statt. Üben wird ja nicht mehr als wiederholtes Anwenden und Trainieren vorgegebener Lösungsmuster nach einer Einführungsphase verstanden, sondern *„Üben ist immer wichtiger Bestandteil eines Lernprozesses, wobei einerseits Einsicht vorausgesetzt werden muss, zum anderen aber auch neue Einsicht erreicht werden soll"* (Lorenz/Radatz, 1993).

Durch **beziehungsreiches und produktives Üben** sollte vorhandenes Wissen gefestigt, aber auch weiter vertieft und vernetzt werden. Bereits gewonnene Einsichten sollen in veränderte Aufgabenstellungen übertragen und erworbene Fähigkeiten in praktischen Situationen angewendet werden können. Solche Transferleistungen gelingen immer besser, je sicherer die Kinder beim Anwenden gelernter Lösungsstrategien werden, die sie aktiv–entdeckend gelernt haben. Vermehrte Einsichten in die Zahlstrukturen ermöglichen ihnen einen immer flexibleren Umgang mit Zahlen.

Beim Üben sollte wieder die **Selbsttätigkeit der Schüler** im Vordergrund stehen. Die Qualität der Übungsform ist entscheidend und nicht die Quantität. Eine Beschränkung auf einige sinnvolle Übungsformate ist vor allem für rechenschwache Kinder besser als ein ständiger Wechsel.
Wittmann (1994) wehrt sich vor allem gegen die *„grauen Päckchen"* und *„bunten Hunde"*. Mit grauen Päckchen meint er willkürlich zusammengestellte Rechnungen, die in keinem erkennbaren Zusammenhang stehen. Sie ermöglichen dem Schüler keinen Wissenszuwachs, sondern dienen nur dem Training vorgegebener Lösungswege. Solche Päckchen werden dann anders verpackt und

als spielerische Übungsform angeboten. Ein Beispiel dafür ist der „bunte Hund“. Es handelt sich dabei um Aufgaben zum Ausmalen von Bildern.

> *Ein möglichst ansprechendes Bild wird so gezeichnet, dass sich einzelne Felder ergeben. In diese Felder werden die Lösungszahlen eingetragen. Auf dem Aufgabenblatt steht neben jeder Aufgabe eine Farbangabe. Das zu der Lösung gehörende Feld des vorgegebenen Bildes ist in dieser Farbe anzumalen (Radatz/Schipper, 1983).*

Wittmann (1994) meint dazu:

> *Der vereinzelte Einsatz solcher Materialien ist als Ergänzung durchaus vertretbar. Eine Lern– und Übungspraxis aber, die von diesen kleinschrittigen, von außen kontrollierten, beziehungslosen Aufgaben beherrscht wird, ist ... ineffektiv.“*

6.2 Übungsformen im Zahlenraum 100

Arbeitsblätter spielten in meinem Unterricht eine wesentliche Rolle. Da ich das Schulbuch wegen meiner unüblichen Vorgehensweise bei der Erarbeitung der Zahlenräume nur sehr eingeschränkt brauchen konnte, lag es an mir, geeignete Arbeitsblätter zu erstellen. Ich versuchte sie nach bestem Wissen und Gewissen sinnvoll zu gestalten. Da ich in meiner Klasse einige Kinder mit feinmotorischen Schwierigkeiten hatte, vermied ich zu häufige Hefteinträge.

Bei **Analogieaufgaben** baute ich immer wieder „**Fallen“** ein, die beispielsweise so aussahen:

32 + 1 = ____	10 + 10 =____
42 + 1 = ____	30 + 10 =____
52 + 2 = ____	55 + 10 =____
72 + 1 = ____	80 + 10 =____

Die Schüler waren so dazu gezwungen, die Rechnungen genau zu lesen und über jede Rechnung nachzudenken. In österreichischen Schulbüchern ist das leider oft nicht notwendig, da die Aufgaben einer Seite oder Nummer immer wieder nach dem gleichen Schema gerechnet bzw. ausgefüllt werden können.

Weiters verwendete ich das **Übungsformat der *„schönen Päckchen“*** **(**Wittmann/Müller, 2004) **bzw. *„operativen Päckchen und Aufgabenserien“,*** wie sie Scherer (2006) bezeichnet, was beispielsweise dann so aussah:

- Setze fort! / Wie geht es weiter?

28 + 1 = ____	21 + 2 = ____
38 + 1 = ____	31 + 3 = ____
48 + 1 = ____	41 + 4 = ____
___ + ___ = ____	51 + ___ = ____
___ + ___ = ____	___ + ___ = ____

- Welche Rechnung passt nicht in die Reihe? Ändere sie so, dass sie passt!

22 + 6 = ____	34 – 4 = ____
23 + 5 = ____	45 – 5 = ____
24 + 5 = ____	56 – 3 = ____
25 + 3 = ____	68 – 8 = ____
26 + 2 = ____	71 – 1 = ____

Abwechslung bei den Aufgabentypen (s. Anhang S. 35)**:**

- beispielsweise Addieren von Einern und Zehnern im Wechsel
- eingestreute Aufgaben, bei denen die Tauschaufgabe leichter zu lösen ist
- Additionen vermischt mit Subtraktionen

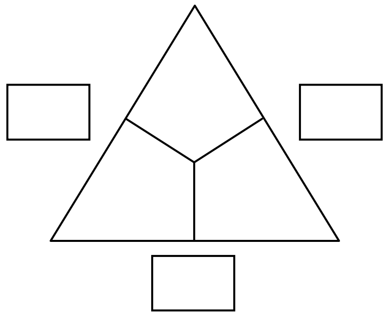
Zählen in Schritten bzw. **Fortsetzen von Zahlenreihen** (s. Anhang S. 34 unten)

Blitzrechenübungen ähnlich den Vorschlägen von Wittmann und Müller (1994)

Smily–Spiel: Das ist ein von mir gestaltetes Würfelspiel, bei dem es darum geht, bereits ausgerechnete Aufgaben zu kontrollieren. Zur Selbstkontrolle befinden sich auf der Rückseite der Aufgabenkärtchen lachende Gesichter für richtig gelöste Aufgaben und weinende Gesichter für falsche. Das ganze ist in ein Würfelspiel verpackt, um es für die Kinder interessanter zu machen.

Dieses Spiel nahmen sie sogar in der Pause zur Hand. Es handelt sich dabei allerdings um einen „bunten Hund“.

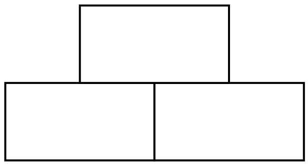
Rechendreiecke haben folgende Regel: In die Felder werden Zahlen geschrieben. Jede Zahl der äußeren Felder ist die Summe der zwei Zahlen der angrenzenden inneren Felder. Wittmann (2003) beschreibt die vielfältigen Aufgabenstellungen so:

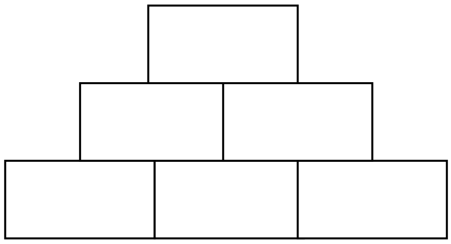


> *Wenn die drei inneren Zahlen vorgegeben werden, können die äußeren Zahlen durch Addition ermittelt werden. Wenn ein oder zwei innere und zwei oder eine äußere Zahl vorgegeben sind, werden die restlichen Zahlen durch Addition und Subtraktion ermittelt. Besonders herausfordernd ist es, wenn die drei äußeren Zahlen vorgegeben sind, da keine unmittelbare Berechnung der inneren Zahlen möglich ist. Aber die Kinder können probieren.*

Differenzierungsmöglichkeiten ergeben sich noch durch Aufgaben wie: „Finde möglichst viele Lösungsmöglichkeiten!“ oder „Was musst du ändern, wenn du eine innere Zahl um 5 erhöhst/ erniedrigst?“ usw. Weitere Anregungen dazu findet man bei Scherer (2006).

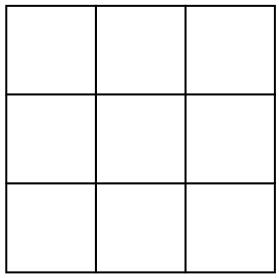
Zahlenmauern:



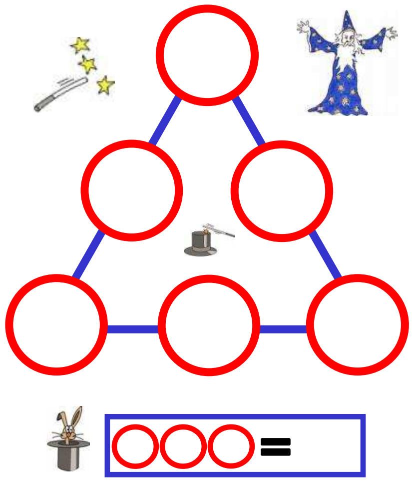


Zahlenmauern sind so aufgebaut, dass die Summe zweier benachbarter Steine einer Reihe im darüber liegenden Stein in der nächsten Reihe zu finden ist. Zahlenmauern lassen sich nicht nur in der Höhe, sondern auch wieder operativ variieren. Es lassen sich viele Muster und Gesetzmäßigkeiten entdecken. Je nachdem, in welchen Steinen man Zahlen vorgibt, sind teilweise mehrere Lösungen möglich. Besonders offen sind Aufgaben wie: Finde möglichst viele Aufgaben, bei denen oben 100 steht!

Magische Quadrate können von den Schülern zu einer vorgegebenen Zahl erfunden werden, bei mehreren vorgegebenen Zahlen fertig ausgefüllt oder kontrolliert, repariert oder verändert werden, wenn sie schon fertig ausgefüllt sind. Die Summe der Zahlen muss horizontal, vertikal und diagonal gleich sein.



Zauberdreiecke können ebenfalls sehr flexibel eingesetzt werden. Eine einfache Arbeitsanweisung für die Schüler könnte lauten: „Mach alle drei Seiten gleich!“ Es gilt also die Regel, dass die Summe aller Seiten gleich sein muss.
Für einen sehr flexiblen und leicht veränderbaren Einsatz habe ich runde Zahlenkärtchen geschrieben, die auf die Felder eines Zauberdreiecks im A4–Format gelegt werden können.



Offene Aufgaben wie sie bei Scherer (2006) zu finden sind:

- *Finde Plusaufgaben mit dem Ergebnis 100! (50, 20, usw.)*
- *Finde Plusaufgaben und Minusaufgaben mit den Zahlen 3, 6, 12 und 20!* Die Zahlen dürfen in den Ergebnissen nicht vorkommen.
- *Finde Plus– und Minusaufgaben mit einem Ergebnis zwischen 20 und 50!*

Solche offenen Aufgaben und auch andere produktive Übungsformen geben mir als Lehrer immer sehr genaue Einblicke in den Lernstand der Kinder. Leistungsschwache wie auch leistungsstarke Schüler bearbeiten sie je nach individuellem Wissensstand. Sie können dabei ihr Grundwissen über den Zahlenraum 100 anwenden und auch erweitern. Es kommt zu einer natürlichen Differenzierung. Der Lehrer tritt in den Hintergrund und die Schüler haben hier wirklich die Möglichkeit, aktiv–entdeckend zu lernen. Mathematische Missverständnisse werden deutlich und können mit dem betreffenden Schüler aufgearbeitet werden.

Den Kindern soll auch die Chance gegeben werden, den Mitschülern ihre Lösungen und Lösungsstrategien zu präsentieren.
Das hört sich zwar sehr gut an, aber ich schränkte die Präsentation meistens auf wenige Rechnungen pro Kind ein, da das konzentrierte Zuhören über eine längere Zeitspanne für manche meiner Schüler der ersten Schulstufe eine große Herausforderung darstellte. Sie sollten beispielsweise zwei Rechnungen präsentieren, auf deren Lösung sie besonders stolz waren. Wenn es notwendig war, nahmen wir uns natürlich schon Zeit für Diskussionen. Selbstverständlich gelangen solche Präsentationen im Laufe des Schuljahres immer besser, da ja auch diese Strategiekonferenzen einem Lernprozess unterworfen waren.

Das **Bearbeiten und Erfinden von Rechengeschichten** war ebenfalls ein wesentlicher Bestandteil meines Unterrichts. Sachaufgaben ermöglichen eine Verknüpfung von mathematischem Wissen mit der Lebenswelt der Kinder. Es stellte sich als gar nicht so einfach heraus, vorgegebene Zahlen in passende Texte zu verpacken. Das Einschätzen, welche Anzahlen zu welchen Lebenssituationen passen, fiel manchen Schülern sehr schwer und zeigte mir, wie wenig sie sich beispielsweise unter der Zahl 74 vorstellen konnten. *Wo könnten 74 Menschen sein? Was könnte 74€ kosten? Wovon könntest du 74 Stück haben?* Mit Hilfe solcher und ähnlicher Fragen stellten wir öfters gemeinsam Überlegungen zu Zahlen an und die Kinder formulierten dann zu Aufgaben wie 74–20 passende Sachaufgaben. Das machten wir allerdings oft mündlich, da das Schreiben solcher Texte für Schüler der ersten Schulstufe noch relativ schwer ist. Zumindest bei manchen Schülern musste ich das Schreiben übernehmen oder wir machten Partner– und Gruppenarbeiten.

7. Schlussbemerkungen

Ich versuchte, meinen Unterricht in gewisser Weise zu öffnen. Das Umsetzen der Prinzipien des aktiv–entdeckenden Lernens ist mir aber nicht oft genug gelungen, da mir unter anderem im vorigen Schuljahr noch nicht die gesamte Literatur zur Verfügung stand, die mir jetzt als Grundlage für diese Projektarbeit diente.

Aus heutiger Sicht würde ich also einiges verbessern und beispielsweise Lernumgebungen schaffen, wie sie in der Schweiz erprobt wurden.
(vgl. Hengartner et al., 2006)
Auch was die Strategiekonferenzen betrifft, waren sie nicht immer optimal. Manchmal wäre sicher folgende Kritik von Krauthausen und Scherer (2004) angebracht gewesen:

> *Die Bereitstellung von Handlungsspielräumen >verführt< nicht zwangsläufig dazu, dass diese auch adäquat ausgefüllt und genutzt werden. Der Sitzkreis alleine, in dem Rechenergebnisse vorgetragen und bewertet werden, macht noch keine Rechenkonferenz.*

Teilweise wäre sicherlich von meiner Seite her notwendig gewesen, mich selbst noch genauer auf mathematische Inhalte einzulassen, um die natürliche Differenzierung besser nutzen zu können.
Überfordert war ich vor allem damit, das vorhandene Rechenbuch „Zahlenreise 1“ (Brunner et al., 2004) irgendwie sinnvoll mit den Veränderungen im Unterricht zu verknüpfen. Ich ließ einfach vieles aus, beziehungsweise dienten Seiten aus dem Rechenbuch oft als nicht gerade sinnvolle Hausübungen. Was die übliche tägliche Hausübung betrifft, fiel es mir überhaupt schwer, mein theoretisches Wissen über effektive Übungen immer anzuwenden. Ich halte es für notwendig, die Eltern und Kollegen davon zu überzeugen, dass es nicht täglich eine Rechenhausübung geben „muss“, um Mathematik zu verstehen, und dass Hausübungen in Form von „grauen Päckchen“ und „bunten Hunden“ nicht gerade effektiv sind.

Obwohl der Unterricht, bei weitem noch nicht optimal war, so habe ich dennoch mit meinen Veränderungen im Mathematikunterricht positive Erfolge erzielt:

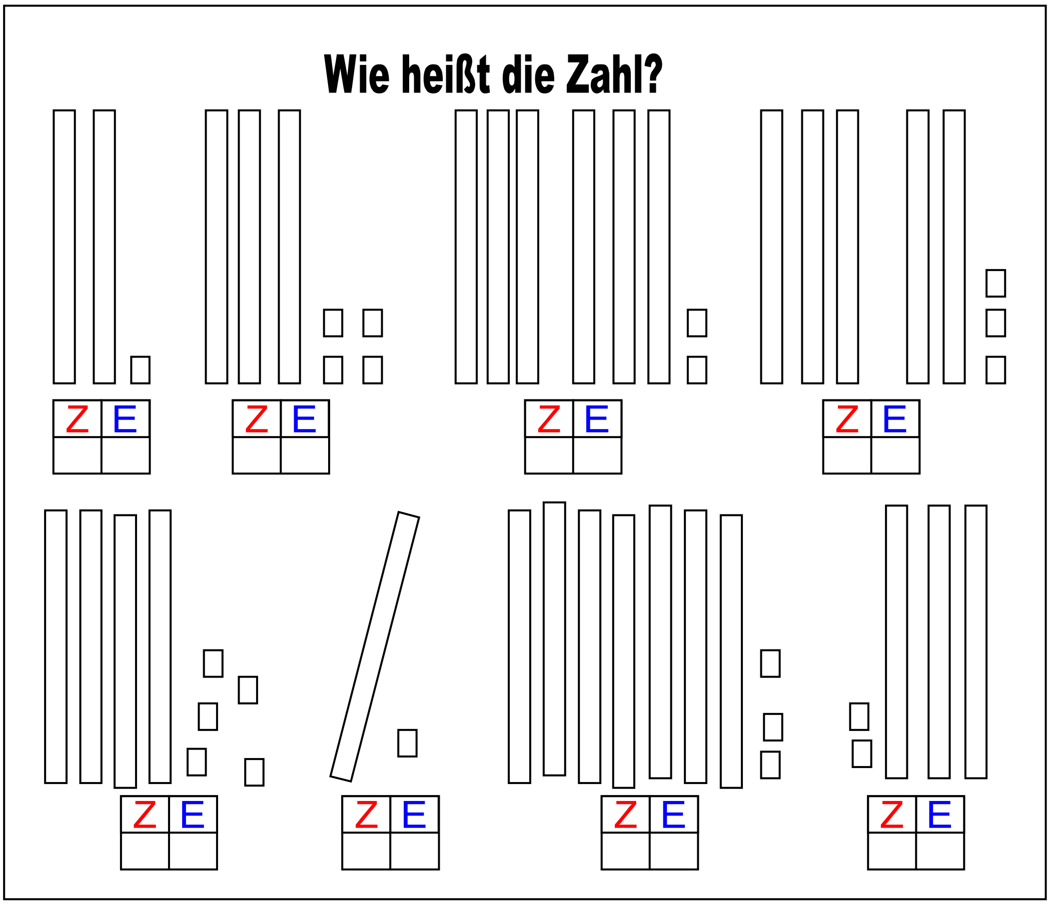
- Wie ich am Beginn der zweiten Schulstufe feststellen konnte, hatten meine Schüler nachhaltig und mit Verständnis gelernt. Es war kein wochenlanges Wiederholen des Zahlenraums 10 und der Einsicht ins dekadische Zahlensystem notwendig.
- Die Schüler können sich sprachlich sehr gut bezüglich mathematischer Lerninhalte ausdrücken und auch für alle verständlich argumentieren.
- Es ist eine angenehme Lernkultur entstanden. Wenn die Schüler ein mathematisches Problem haben, beginnen sie oft automatisch, paarweise daran zu arbeiten und darüber zu diskutieren.

- Sachaufgaben stellen kaum Probleme dar.
- Meine Schüler rechnen gerne und haben gelernt, sich Problemen zu stellen. Ich habe wiederum gelernt, mich immer öfter auf eine indirekte Lenkung des Lernens zu verlegen.

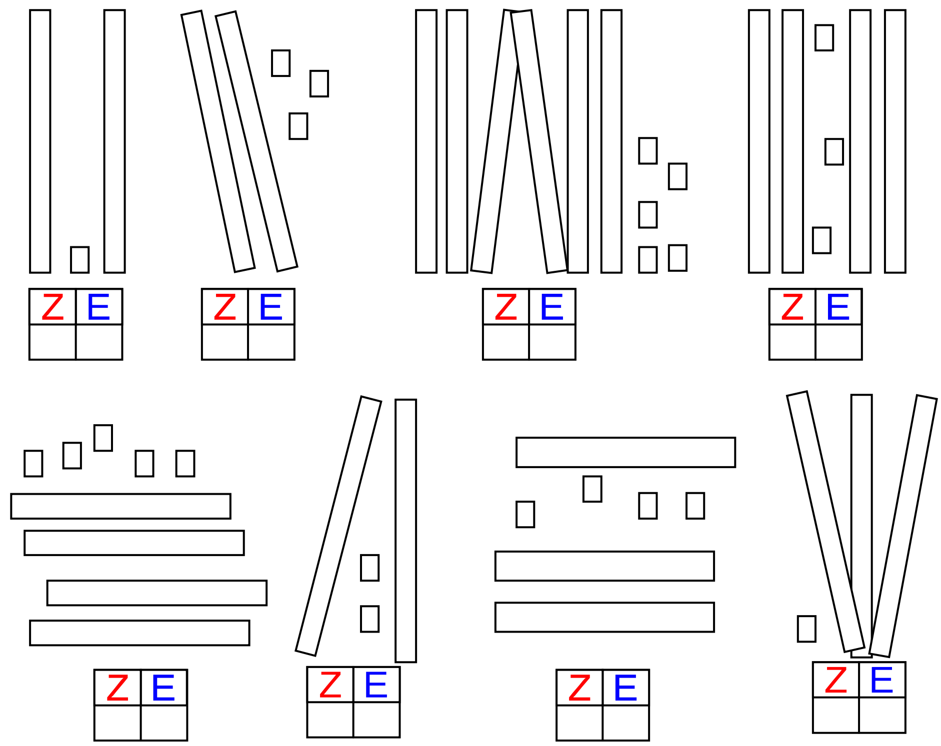
In meiner Unterrichtsarbeit habe ich jedenfalls viele Erfahrungen gesammelt und mir noch viele neue Ziele für die Zukunft gesteckt.

8. Anhang: Beispiele für Arbeitsblätter aus meinem Unterricht

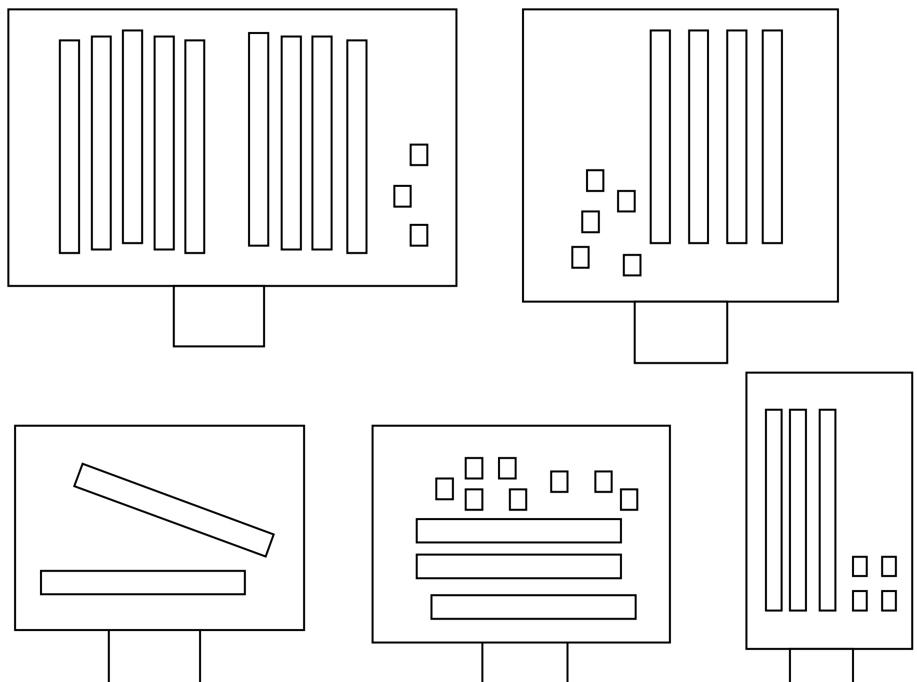
Die folgenden Arbeitsblätter sind in verkleinerter Form dargestellt. Daher sind sie nicht so gut zu lesen. Die Einerwürfel wirken wie Rechtecke, sind auf den Originalen aber Quadrate.



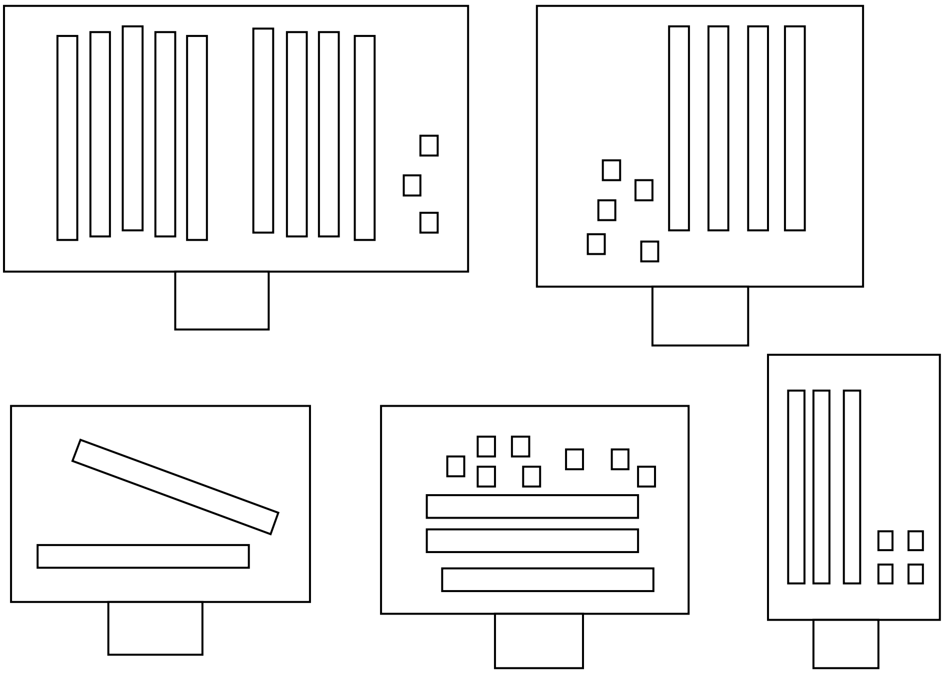
Wie heißt die Zahl?



Wie heißt die Zahl?



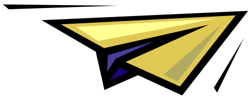
Wie heißt die Zahl?



Zeichne die Zahlen

Z	E
3	6

Z	E
6	3



Das kann ich schon!

Die Zahl 15 besteht aus 1 Zehner und 5 Einern.
Kurz geschrieben: $\boxed{15 = 1Z + 5E}$

42 = __Z + __E	19 = __Z + __E
24 = __Z + __E	9 = __Z + __E
24 = __E + __Z	90 = __Z + __E
4 = __Z + __E	99 = __Z + __E
40 = __Z + __E	91 = __Z + __E
20 = __E + __Z	91 = __E + __Z

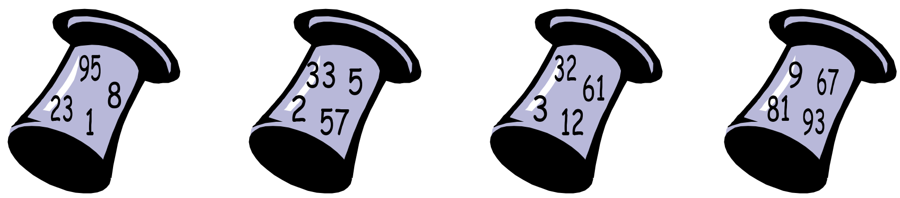
Schreibe die Zahl!

4 Z + 2 E = ___		9 Z + 5 E = ___
3 Z + 9 E = ___		6 E + 3 Z = ___
6 E + 1 Z = ___		7 Z + 2 E = ___
0 Z + 5 E = ___		4 Z + 0 E = ___
2 Z + 8 E = ___		0 Z + 6 E = ___
7 Z + 0 E = ___		3 Z + 1 E = ___
6 E + 5 Z = ___		6 Z + 4 E = ___
3 Z + 5 E = ___		9 E + 7 Z = ___
6 E + 5 Z = ___		6 Z + 4 E = ___

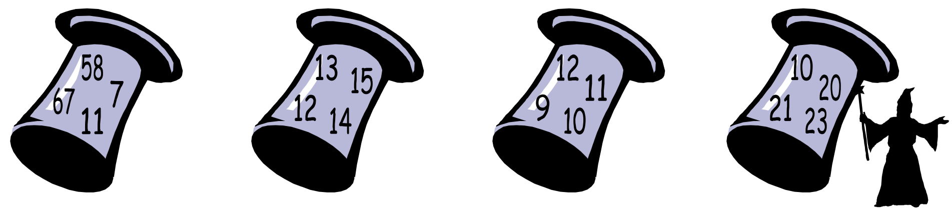
So ein Durcheinander!

Ordne die Zahlen der Größe nach!

Beginne mit der kleinsten Zahl

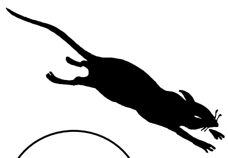


________ ________ ________ ________



________ ________ ________ ________

Setze die Reihe fort!



10	20	30			
28	29				
14		18			
44	54				

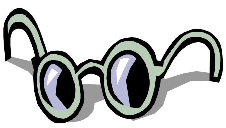
Achte auf Z und E !

30 + 5 = ___	4 + 10 = ___
50 + 30 = ___	40 + 10 = ___
50 + 3 = ___	1 + 40 = ___
5 + 3 = ___	4 + 1 = ___

36 + 10 = ___	20 + 5 = ___
63 + 10 = ___	2 + 5 = ___
36 + 1 = ___	2 + 50 = ___
1+ 63 = ___	50 + 20 = ___

Rechne aus!
Was fällt dir auf?

24 – 2 = ___	15 – 5 = ___
54 – 2 = ___	28 – 8 = ___
84 – 2 = ___	43 – 3 = ___



43 + 3 = ___	25 + 2 = ___
3 + 43 = ___	27 – 2 = ___

Literaturverzeichnis

BRUNNER / AICHBERGER / EISSCHIEL / MITIS / WANITSCHKA: *Zahlenreise 1.* Linz: Veritas, 2004

FORSTER, Ewald / **BAUER**, Gabriele / **KLOYBER**, Christine / **WAGENHUBER**, Sylvia: *Freude an Mathematik 1.* Linz: Veritas, 1996

GAIDOSCHIK, Michael: *Rechenschwäche–Dyskalkulie. Eine unterrichts– praktische Einführung für Lehrerinnen und Eltern.* Wien: öbv & hpt, 2002

GAIDOSCHIK, Michael: *Erarbeitungsmaterial für den Zahlenraum 100.* In: Österreichisches Rechenschwäche Magazin Nr.2 – Halbjahres–Schrift des Vereins für Lern– und Dyskalkulietherapie. Wien, 2000, S. 1, 6–10

GAIDOSCHIK, Michael: *Rechenstörungen*: Die „didaktogene Komponente". Kritische Thesen zur „herkömmlichen Unterrichtspraxis" in drei Kernbereichen der Grundschulmathematik. In: **LENART**, Friederike / **HOLZER**, Norbert / **SCHAUPP**, Hubert (Hg.): *Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie. Erkennung : Prävention : Förderung.* Graz: Leykam, 2003, S.128–152

GAIDOSCHIK, Michael: *Zehner und Einer: Die ersten Schritte.* Anregungen für die Erarbeitung von Stellenwertverständnis im Zahlenraum 99. In: **LENART**, Friederike / **HOLZER**, Norbert / **SCHAUPP**, Hubert (Hg.): *Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie. Erkennung : Prävention : Förderung.* Graz: Leykam, 2003, S.182–189

GAIDOSCHIK, Michael: *Stellenwertverständnis, Aufbau von Zahlenraum und Größenvorstellung. Skriptum für den Lehrgang LernberaterIn Mathematik des PI–Baden.* Wien, 2005

GERSTER, Hans–Dieter / **SCHULTZ**, Rita: *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen.* Freiburg im Breisgau, 2004; zu beziehen über http://www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/1397

HENGARTNER, Elmar / **HIRT**, Ueli / **WÄLTI**, Beat und Primarschulteam Lupsingen: *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht.* Zug: Klett und Balmer, 2006

HIRT; Ueli / **WÄLTI**, Beat: *Fördern aller Begabungen durch fachliche Rahmung.* In: **HENGARTNER**, Elmar / **HIRT**, Ueli / **WÄLTI**, Beat und Primarschulteam Lupsingen: Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer, 2006, S.17–20

KRAUTHAUSEN, Günter: *Die „Kraft der Fünf" und das denkende Rechnen.* In: **MÜLLER**, Gerhard N. / **WITTMANN**, Erich Ch. (Hg.): *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt & Main: Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband e.V., 1995, S. 87 – 108.

KRAUTHAUSEN, Günter / **SCHERER**, Petra: *Einführung in die Mathematikdidaktik*. 2. Auflage. München: Spektrum, 2004

LORENZ, Jens Holger: *Lernschwache Rechner fördern.* Berlin: Cornelsen, 2003

LORENZ, Jens Holger / **RADATZ**, Hendrik: *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht.* Hannover: Schroedel, 1993

RADATZ, Hendrik / **SCHIPPER**, Wilhelm: *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen.* Hannover: Schroedel, 1983

RÖTHLISBERGER, Hans: *Heterogenität als Herausforderung: Standortbestimmungen am Schulanfang.* In: **HENGARTNER**, Elmar (Hg.): Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer, 1999, S.22–28

SCHERER, Petra: *Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern. Band 2: Addition und Subtraktion im Hunderterraum.* Horneburg: Persen, 2006

STEINBRING, Heinz: *Zur Professionalisierung des Mathematiklehrerwissens– Lehrerinnen reflektieren gemeinsam Feedbacks zur eigenen Unterrichtstätigkeit.* In: **BAUM**, Monika / **WIELPÜTZ**, Hans (Hg.): Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer, 2003, S.195–219

WITTMANN, Erich Ch. / **MÜLLER**, Gerhard N.: *Das Zahlenbuch 1.* Leipzig/Stuttgart/Düsseldorf/: Klett, 2004

WITTMANN, Erich Ch. / **MÜLLER**, Gerhard N.: *Das Zahlenbuch 1. Lehrerband.* Leipzig/Stuttgart/Düsseldorf/: Klett, 2004

WITTMANN, Erich Ch. / **MÜLLER**, Gerhard N.: *Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1:Vom Einspluseins zum Einmaleins.* Stuttgart/Düsseldorf/ Berlin/Leipzig: Klett, 1994

WITTMANN, Erich Ch.: *Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach auch für den Mathematikunterricht der Grundschule.* In: **BAUM**, Monika / **WIELPÜTZ**, Hans (Hg.): Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer, 2003, S.18–46

WITTMANN, Erich Ch.: *Wider die Flut der „bunten Hunde" und der „grauen Päckchen": Die Konzeption des aktiv–entdeckenden Lernens und des produktiven Übens.* In: **WITTMANN**, Erich Ch. / **MÜLLER**, Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Stuttgart/Düsseldorf/Berlin/Leipzig: Klett, 1994, S.157 – 171