SACHRECHNEN

IN DER

VOLKSSCHULE

PROJEKTARBEIT

von

Gerhard Wimmer

3363 Ulmerfeld, Ritter-Fabian-Gasse 9

Akademielehrgang „Lernberater Mathematik"

(PI Baden)

Themensteller: Mag. Michael Gaidoschik

Ulmerfeld, im Juli 2007

INHALTSVERZEICHNIS

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

EINLEITUNG

Anlässlich eines Vortrages meines Kollegen Franz Korn bei einer Lehrerfortbildung für Qualitätssicherung im Unterricht hörte ich von den so genannten „Kapitänsaufgaben" (*siehe Kapitänsaufgaben, siehe Kap. 5.1.2*), bei denen Kinder auf Grund einer Längenangabe eines Schiffes und der Anzahl der Masten zielsicher das Alter des Kapitäns ausrechnen können.
Schon am nächsten Tag stellte ich meinen Schülern der 3. Klasse eine solche Aufgabe. Ich war mir sicher, dass die Schüler sagen würden, dass so eine Rechnung nicht lösbar sei. Leider musste ich feststellen, dass dem nicht so war. Ein großer Teil der Schüler, unter ihnen auch die „guten" Schüler, fanden rasch eine „Lösung".
Dieser Vorfall und die Beschäftigung mit diesem Thema in unserer Ausbildung zum „Lernberater Mathematik" waren für mich die Auslöser, mich verstärkt mit dem Thema Sachrechnen zu beschäftigen, geeignete Literatur zu suchen und meinen Unterricht zu verändern.
Ich möchte im ersten, theoretischen Teil meiner Projektarbeit einen kurzen Überblick über die Entwicklung und das Lösen von Sachrechnungen geben.
Im zweiten Teil möchte ich die praktischen Anwendungen und Konsequenzen für meinen Unterricht aufzeigen.
Aus Gründen der sprachlichen Vereinfachung und zur besseren Lesbarkeit wurde im vorliegenden Text die männliche Form verwendet. Die einzelnen Bezeichnungen gelten selbstredend auch für weibliche Personen.

1 Definitionen

Im Allgemeinen verstehen wir unter dem Begriff „Sachrechnen" das Bearbeiten von Aufgaben, die eine Situation aus dem Erfahrungsbereich der Schüler oder dem realen Leben beschreiben. Lange Zeit stand das Herauslösen mathematischer Konzepte (Modellierung) im Vordergrund. Sachrechnen beinhaltet aber nicht nur Rechnen, sondern soll dem Schüler zur Erschließung der Umwelt mit mathematischen Mitteln dienen und dem Kind neue Welten eröffnen (vgl. Franke 2003, S 5).

Für Spiegel/Selter (2006, S 74) gilt Sachrechnen als

> *„Oberbegriff für die Auseinandersetzung mit Aufgaben, die einen Bezug zur Wirklichkeit aufweisen". Ziel des Sachrechnens ist es, die Erfahrungswelt der Kinder zu erhellen, zu diskutieren, zu strukturieren und mit mathematischen Mitteln zu analysieren."*

Heinz Lewe (2001) versteht unter Sachrechnen

> *„...mathematische Zusammenhänge in der Lebenswirklichkeit zu entdecken und diese wiederum auf die Lebenswirklichkeit anzuwenden."*

2 Entwicklung des Sachrechnens
(kurzer geschichtlicher Rückblick)

2.1 Sachrechnen im 19. Jahrhundert

Die aktuellen Forderungen der Mathematik-Didaktiker nach Umweltbezug und Sachaufgaben aus dem Lebensbereich des Schülers sind nicht so neu, wie es manchmal den Anschein hat.

Schon lange waren die Mathematik-Didaktiker darauf bedacht, das Sachrechnen als „Nutzen für das praktische Leben" (Franke 2003, S 6) hervorzuheben. Das Mathematisieren einer realen Situation aus dem täglichen Leben stand im Vordergrund. Der Rechenunterricht sollte der Vorbereitung auf das Leben dienen und sollte nach lebenspraktischen Themen eingeteilt werden (Heizung, Ernährung, Wohnung,...) .

Lehrer **Wendt** aus Eibisfeld äußerte sich 1889 sehr kritisch in den „Deutschen Blättern". Er stellt fest, dass „eingekleidete" Aufgaben reine Zahlenaufgaben seien, denen nur ein „duftiges, dünnes Sachmäntelchen" umgehängt würde. Die Schüler würden die Worte flüchtig oder gar nicht lesen. Sie rieten die Rechenoperationen auf Grund der vorkommenden Zahlen (vgl. Franke 2003, S 6). Dieses „Problem" ist auch heute noch aktuell, denn viele der Sachaufgaben in unseren derzeitigen Schulbüchern sind verkleidete Rechenoperationen, bei denen es nicht um die „Sache" geht, sondern um das Einüben von Rechenverfahren.

2.2 Sachrechnen in der 1. Hälfte des 20. Jahrhunderts (Reformpädagogik)

Die Reformpädagogen des beginnenden 20. Jahrhunderts forderten einen Neubau des Rechenunterrichtes, der „vom Kinde aus" geht. **Johannes Kühnel** (1949) verlangt, Aufgaben zu stellen,

> *„...bei denen sich die Kinder in die Sachlage vertiefen, sich die gegebenen Größen vorstellen, das Ziel der Aufgabe erkennen und selbstständig nach einem Lösungsweg suchen.*

Als Krone des Rechenunterrichts bezeichnet er das Auseinandersetzen mit Situationen, die erst durch die Auseinandersetzung und Recherche zur

Sachaufgabe werden. Johannes Kühnel bringt als Beispiel den Bau eines Drachens (vgl. Kühnel 1949, S 114).

Heinrich Kempinsky strebt eine enge Verknüpfung mit dem Sachunterricht an. Die Sache soll im Mittelpunkt stehen, die Zahl lediglich ein Werkzeug sein. (vgl. Kempinsky, 1923)

2.3 Sachrechnen in der Nachkriegszeit (2. Hälfte des 20. Jahrhunderts)

In der Nachkriegszeit wurde unter anderem von Breidenbach gefordert, die Schwierigkeiten des Sachrechnens zu isolieren und zum Thema des Unterrichts zu machen (vgl. Franke 2003, S 14). Er ordnet jedem sachlichen Vorgang einen mathematischen Simplex zu. Ein Versuch, der jede Sachaufgabe in vorher gelernte Rechenfälle zu zerlegen fordert. Dabei ist der Lösungsweg schon vorgegeben, eine selbstständiger Lösungsweg wird nicht gewünscht. Schwierige Aufgaben werden als „Mehrfachsimplex" gelöst.

In unseren derzeitigen Mathematikbüchern werden auch noch manchmal Rechenbäume als „Lösungshilfe" angeboten. Sie versuchen eine grafische Lösungshilfe anzubieten, indem der Schüler die gefundenen Zahlen und Rechenoperationen in eine grafische Darstellung bringen soll. Rechenbäume bergen jedoch den Nachteil in sich, dass sie nicht selbsterklärend sind, sondern für manche Kinder als weitere Schwierigkeit bei der Bearbeitung einer Sachaufgabe angesehen werden. Die Anwendung des Rechenbaumes muss daher als eigener Unterrichtsstoff behandelt werden.

Beispiel für einen Rechenbaum (Fricke 1987, S 30)

Gerd und Gerda sammeln Kastanien. Gerd fand 13, Gerda 19.
Sie wollen ihren Fund teilen. Wie viele Kastanien erhält jeder ?

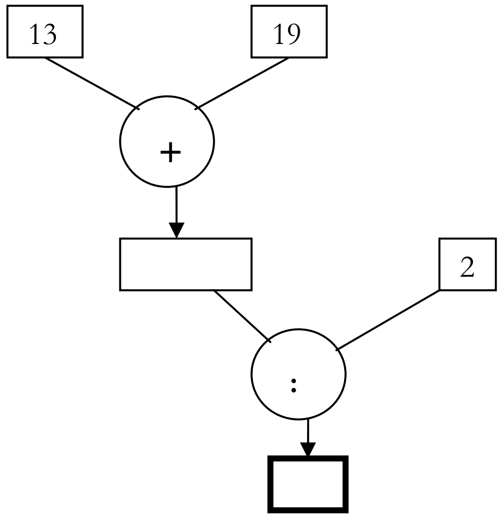

Abb.1 Rechenbaum als Bearbeitungshilfe (Fricke 1987, S30)

2.4 Das neue Sachrechnen

In den 80er Jahren vollzog sich ein Wandel zum „**Neuen Sachrechnen**".

Franke (2003, S 19) meint über die Probleme, die Kinder mit dem Sachrechnen haben:

Als Hauptursache für das Scheitern all der Versuche, den Kindern Hilfe und Anleitung zum Sachrechnen zu geben, werden gesehen:

- *die für Kinder wenig motivierende Themenwahl für Sachaufgaben (Ratenkauf, Hausbau, Produktionszahlen u. ä. sind für Kinder uninteressante Themen)*
- *der häufige Themenwechsel bei Sachaufgaben*
- *das Vernachlässigen der Sache und damit mangelnder Realitätsbezug*
- *das Einengen der Kinder auf einen Lösungsweg*
- *die Bindung der Inhalte von Sachaufgaben an den gerade behandelten Stoff*

Daher waren die Mathematik-Didaktiker bemüht, den Sachrechenunterricht zu verbessern. Es wurden folgende Forderungen an das „neue Sachrechnen" gestellt:

- Sachrechnen soll von den **Alltagserfahrungen der Schüler** ausgehen.

- **Sachrechnen an Texten**, die lesenswert sind.

  Die Schüler sollen im fächerverbindenden Unterricht aus Texten Informationen entnehmen und mathematische Situationen in den Texten aufsuchen. Die Mathematik wird zum Werkzeug, um weitere Informationen aus dem Text zu entnehmen und entstehende Fragen zu lösen.
  Als Beispiel sei hier ein Text von Müller und Wittmann angeführt: (Müller/Wittmann 1995, S 56):

  ...Die Ritter im Mittelalter taten ihren Dienst für einen Herrn, der ein König, ein Herzog, ein Graf oder ein Bischof war. Für diesen Herrn waren Ritter sehr teuer, denn sie mussten ihnen nicht nur Unterkunft und Verpflegung geben, sondern auch eine teure Ausrüstung bezahlen. Eine Ritterrüstung kostete 33 Kühe, ein Streitross 12 Kühe. Das war damals der Viehbestand eines ganzen Dorfes.
  Übrigens heute kostet eine Kuh etwa 1 500 Euro.

  Dieser Text wirft zuerst viele Fragen auf. Es müssen unbekannte Begriffe geklärt werden (z. B.: Was ist ein Streitross ?) und eventuell weiterführende Informationen zur Sache eingeholt werden. Weiters müssen Recherchen durchgeführt werden: Kostet eine Kuh heute wirklich ca. 1500 Euro? Wo kann ich den Preis für eine Kuh erfahren? u.s.w.

- **Projekte**, die von den Kindern mit Hilfe der Mathematik bearbeitet werden. Hier erfahren die Kinder die praktische Anwendung der Mathematik im täglichen Leben. Sie können zwar im Unterricht nicht sehr häufig realisiert werden, da der Zeitaufwand dafür meist sehr groß

ist. Sie bieten aber dem Schüler eine ganzheitliche Sicht auf eine realistische Problemstellung des Alltags.
Christa Erichson (2002) sieht dies etwas kritischer, wenn sie meint, dass der als Ideal anvisierte Projektunterricht in der Institution Schule gar nicht realisiert werden kann und nur in Annäherungen gelingen kann. Sie sieht Schule als Ort, an dem Praxis „in arrangierter Lernumgebung simuliert wird".

- Übungen zur Entwicklung der **Problemlösungsfähigkeit**
  Hier sind vor allem Knobelaufgaben und Fantasiegeschichten gemeint. Besonders Knobelaufgaben fordern die Schüler auf, ausgetretene Gedankenwege zu verlassen und die Herausforderungen im Zugang zu Problemen anzunehmen. Neue Sichtweisen bzw. neue Lösungsstrategien für diese Problemstellung zu finden.

3 Einteilung von Sachaufgaben

Sachaufgaben können nach vielen Gesichtspunkten eingeteilt werden
(vgl. Franke 2003 S 32 -67). Die traditionelle Einteilung kennt:

3.1 Eingekleidete Aufgaben

Das vorrangige Ziel dieser Aufgabenart ist das Anwenden und Üben von gelernten Rechenverfahren, das Festigen mathematischer Begriffe und das Erfassen von Zahlbeziehungen. Der Sachtext kann leicht ausgetauscht werden. Die Rechenoperation geht aus dem Text hervor. (z. B: 48 Murmeln werden an 6 Kinder verteilt. Wie viele Murmeln erhält jedes Kind?) Die „Sache" an sich ist unwichtig.

3.2 Textaufgaben

Dies ist die Form des Sachrechnens, die in unseren Mathematikbüchern am häufigsten vorkommt. Raddatz/Schipper (1983) bezeichnen sie als „schulische Kunstform". Ziel dieser Aufgabenart ist das Erfassen des Zusammenhanges zwischen angegebenen Zahlen und das Zuordnen von mathematischen Rechenoperationen. Die Sache ist meist sinnvoll, aber auch nebensächlich. Die Problemstellung wird meist in einer vereinfachten Form der Sachsituation angeboten, die Zahlen sind passend und das Problem würde sich im Alltag oft nicht so stellen. (Hans wird mehrfach um Knödel in die Küche geschickt, um Beispiele für die Multiplikation zu haben, bei der 4er-Reihe wird mit Autoreifen gerechnet, usw.). In den Aufgaben findet man teilweise deutliche Hinweise auf die Rechenoperationen (je → Multiplikation, u.s.w.).

3.3 Sachaufgaben

Im Vordergrund steht die Sache. Sie stammt aus dem Erfahrungsbereich der Schüler und ihrem Alltag. Die mathematische Bearbeitung, Franke (2003) nennt sie „mathematische Modellierung", soll dem besseren Verständnis der Sache dienen. Als Beispiel für eine Sachaufgabe bietet sich zum Beispiel der Wandertag oder ein anderes Thema aus dem Schulalltag an. Die Verknüpfung mit anderen Gegenständen, vor allem Sachunterricht, ist gegeben.

4 Das Lösen von Sachaufgaben

4.1 Voraussetzungen und Grundlagen

Sachrechnen wird von Didaktikern oft als die „Krone der Mathematik" bezeichnet, von Schülern (und auch manchen Eltern) aber als „Schrecken der Mathematik" gefürchtet. Dass Sachrechnen bei manchen Schülern so unbeliebt ist, kommt nicht von ungefähr. Zur Lösung werden ja eine Reihe komplexer Fähigkeiten benötigt, wie Abbildung 2 (Gaidoschik 2006, S 10) zeigt:

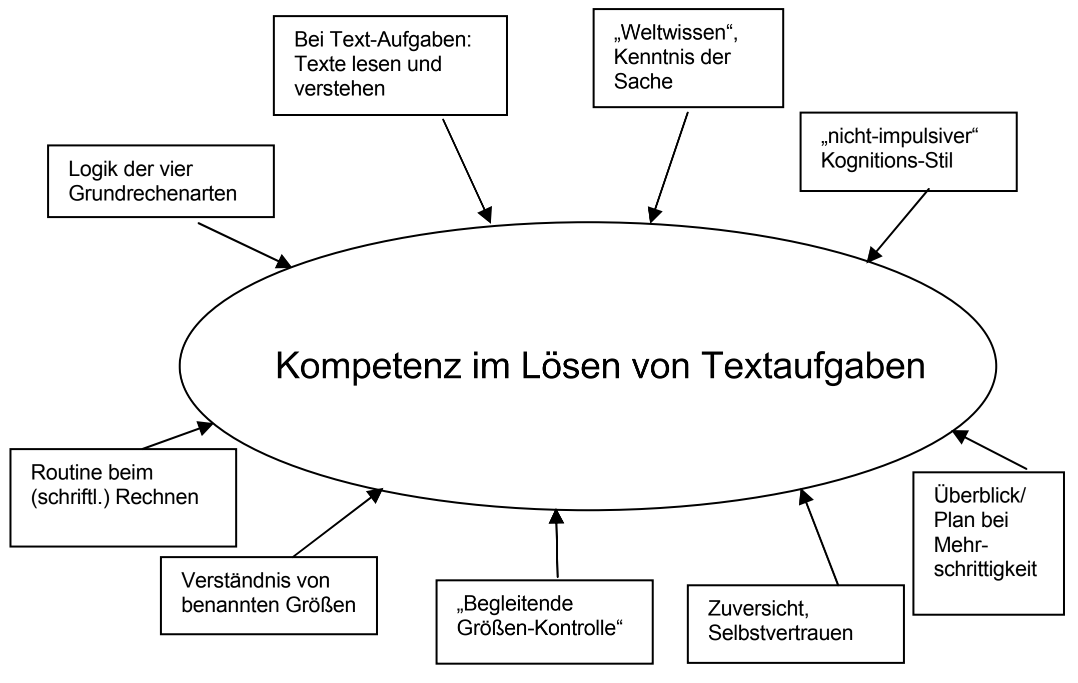

Abb.2 (Gaidoschik 2006, S10)

In der Literatur werden unterschiedliche Sichtweisen für das Lösen von Sachaufgaben beschrieben, u.a. (vgl. Franke, 2003, S 69-83)

- als **Problemlösen**
  (aus kognitionspsychologischer Sicht)
- als **mathematische Anwendung** od. **Modellierung**
  (aus mathematik-didaktischer Sicht)

4.2 Sachrechnen als Problemlösen

Die Problemlösung lässt sich in vier Phasen einteilen. (vgl. Franke, 2003, S 69-83)

In der *ersten Phase*, der Problemlösung erfolgt eine **Analyse des Problems**, also das Verstehen der Aufgabe mit dem Ziel, Gegebenes und Gesuchtes zu unterscheiden. (Welche Informationen stehen mir zur Verfügung? Welche Informationen müssen noch ermittelt werden? u.s.w.)

In der *zweiten Phase* entsteht dann ein **Lösungsplan**. Zwischen Gegebenem und Gesuchtem wird eine Verbindung hergestellt, es werden Teilziele festgelegt und Hilfsmittel einbezogen. Durch heuristische Strategien wird versucht, einen Lösungsplan für die gestellte Aufgabe zu finden.

So kann der Schüler zunächst überlegen, ob er in der Vergangenheit bereits ähnliche Aufgaben gelöst hat und sie mit Hilfe der **Analogie** lösen.

Eine weitere Strategie ist die **Eingrenzung des Suchraumes**. Der Schüler weiß, in welcher Größenordnung die Lösung liegen muss und arbeitet zielgerichtet darauf hin.

Als Hilfestellung können auch **Skizzen**, **Diagramme** oder andere **Hilfsmittel**, wie z. B. Kalender, verwendet werden.

Auch das Zerlegen in einzelne überschaubare Teile ist eine Strategie, die den Schüler der Lösung näher bringen kann. Der Schüler bearbeitet zunächst einzelne Teile der Aufgabe getrennt. Erst zum Schluss entscheidet er, welche Teile für die Gesamtlösung notwendig sind.

In der *dritten Phase* kommt es zu **Ausführung des Lösungsplanes** . Dies erfolgt in der Regel durch mathematische Verfahren.

In der *vierten und letzten Phase* erfolgt eine **Ergebniskontrolle** durch Einordnung in den Sachverhalt. Erfolgreiche Strategien werden abgespeichert und werden als Lösungshilfe für neue Aufgaben (Analogien) verwendet.

4.3 Sachrechnen als mathematische Modellierung

Die alleinige Beherrschung mathematischer Rechenverfahren ist zu wenig, um Mathematik im Leben wirklich anwenden zu können. Der Schüler muss mathematische Modelle von realen Situationen bilden können.

Blum (1985, S 200) unterscheidet vier Phasen im Modellbildungsprozess.

Ausgehend von einer **realen Situation** wird diese auf die mathematisch interessierenden Probleme eingegrenzt. Durch Strukturierung und Vereinfachung wird ein **reales Modell** erstellt. Die Wirklichkeit wird interpretiert. In der Folge wird diesem Modell ein **mathematisches Modell** zugeordnet. Eine eindeutige Zuordnung eines bestimmten mathematischen Modells ist aber nicht immer möglich. Sie wird, unter anderem, durch verschiedene Zielvorstellungen beeinflusst. In der letzten Phase werden mathematische Verfahren eingesetzt, um ein **mathematisches Resultat** zu erzielen. Die Ergebnisse müssen zum Schluss noch „rückinterpretiert" werden. Das heißt, die errechnete Lösung muss kritisch hinterfragt werden. (Ist diese Lösung überhaupt realistisch?) Hier muss der „Hausverstand" eingesetzt werden.

4.4 Sachrechnen als Modellbildungsprozess

Bei diesem Modell werden das Modell des Problemlösens und der Modellierung verbunden. Marianne Franke (2003) weist darauf hin, dass dieses Modell von Schülern nur durchlaufen wird, wenn die Sachaufgaben für die Kinder ein Problem sind.

Ausgangspunkt ist bei diesem Modell ein **Sachproblem**. Um das Problem bearbeiten zu können, ist ein spezifisches Wissen des Schülers über die Situation und eventuell verwendete Fachausdrücke notwendig.

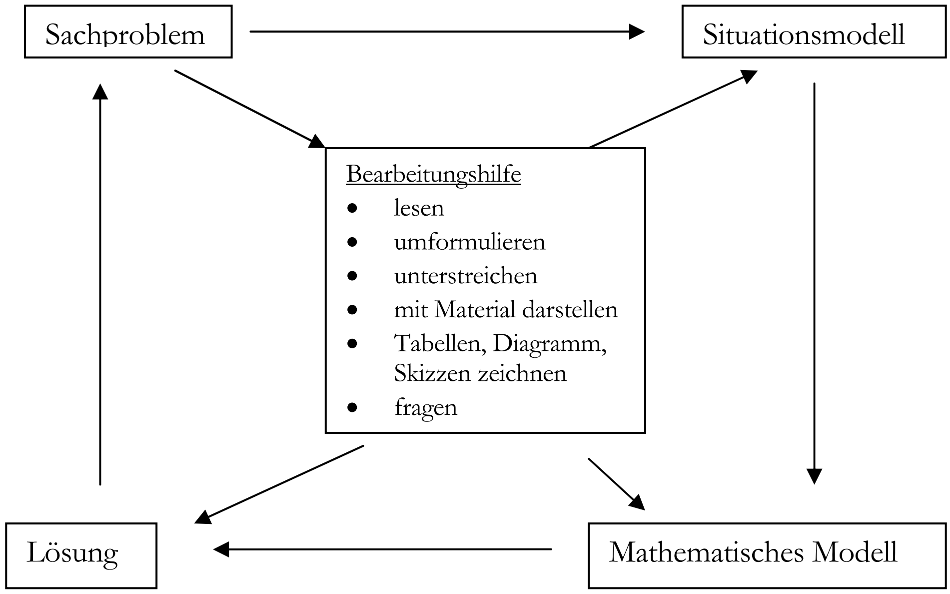

Abb.3 (Franke 2003, S 79)

Ich möchte dies am Thema „Einkaufen“ exemplarisch darstellen: Jedes Kind hat auf diesem Gebiet Vorwissen, da es sicher schon oft mit den Eltern oder alleine eingekauft hat. Die Ausdrücke „Preis“, „Rückgeld“ sollten bekannt sein. Der Umgang mit Maßeinheiten und Größen (€, c) und deren Verwandlungen sind geübt. Ist dies nicht der Fall, können durch die Anwendung von Lösungshilfen (z.B. Fragen) benötigte Informationen eingeholt werden.

Dieses Wissen erleichtert das Textverständnis. Die Erfahrungen mit dem Thema „Einkaufen“ erleichtern es dem Schüler ein ähnliches, bekanntes **Situationsmodell** aufzustellen. Solche Modelle könnten sein:

gekaufte Ware → Einzelpreis → Gesamtpreis oder zu bezahlender Betrag oder → *gegebenes Geld → Rückgeld*

Der Schüler baut sich zunächst sein eigenes Bild von der Situation, verbunden mit vielen Informationen und möglichen, interessanten Fragestellungen auf. Durch das Eingehen auf die gestellte Frage werden lösungsrelevante Elemente betont. Elemente, die für die Lösung unwichtig sind, treten in den Hintergrund.

Der Schüler muss nun sein Situationsmodell in eine „mathematische Form" bringen. Zur Konstruktion dieses **Mathematischen Modells** verbinden die Schüler die als geeignet erkannten Rechenoperationen und Lösungswege mit den gegebenen Daten. Analogien, die bereits von ähnlichen Aufgaben her bekannt sind, werden genützt („*Habe ich eine ähnliche Aufgabe schon einmal erfolgreich gelöst?*"):

z.B.: *Gegebenes Geld minus zu bezahlender Betrag = Rückgeld*

In der **Lösung**sphase wird das Ergebnis ausgerechnet. Dieses muss nun wieder in Beziehung zur Sachsituation gebracht werden. Die Erfahrungen des Schülers sollten ihn nun befähigen, seine Lösung auf Plausibilität zu überprüfen.

z.B.: *50,00 € - 37,60 € = 12,40 €*

5 Aspekte und Konsequenzen für meinem Unterricht

5.1 Entwicklung von Textkompetenz

5.1.1 Verunsicherung

> *Verunsicherung kann der Beginn eines Lernprozesses sein. Wenn das Denken bzw. die Vorstellungen in Widerspruch zu neuen Erfahrungen geraten, und das Neue mit dem, was bereits gewusst wird, in Einklang gebracht werden muss, beginnt ein Lernprozess, insbesondere dann, wenn das Problem bzw. die Aufgabenstellung nicht mit schnell abrufbaren Lösungsalgorithmen erfolgreich bearbeitet werden kann.* (Lewe 2001, S 10)

Wer kennt nicht die Schüler, die Michael Gaidoschik (2006) als *„Kamikaze"-Rechner"* bezeichnet.

Kaum haben sie den Text vor sich, beginnen sie sofort drauf los zu rechnen, ohne den Text genau zu lesen. Die Zahlen im Text werden willkürlich für Rechenoperationen herangezogen. Manchmal werden auch mehrere Rechenoperationen versucht und jene Lösung ausgewählt, die dem Schüler „besser zu Gesicht steht". Eine Überprüfung, ob die Lösung überhaupt im Bereich der Realität liegt, wird unterlassen. Es wird einfach schnell gerechnet und eine Antwort geschrieben, ohne dass auf die gestellte Fragestellung eingegangen wird.

Um das sofortige, unreflektierte Losrechnen zu unterbinden, schien es mir notwendig, meine Schüler zu verunsichern, sie mit unlösbaren Aufgaben (Kapitänsaufgaben) und Aufgaben mit fehlenden Informationen zu konfrontieren. Dadurch war es möglich, die Schüler zu veranlassen, sich intensiv mit dem Text auseinanderzusetzen und in späterer Folge „die Sache" zum Thema des Unterrichts zu machen. Eigenes Wissen zum Thema zu aktivieren, einzubringen, Informationen einzuholen, etc. Eine mathematische Lösung der Aufgabe war kein Ziel des Unterrichts. Eine gute Möglichkeit, Textkompetenz zu entwickeln, sieht Michael Gaidoschik im gezielten Einsatz von **Kapitänsaufgaben** (vgl. Gaidoschik 2006, S 19)

5.1.2 Kapitänsaufgaben

Unter **Kapitänsaufgaben** versteht man unlösbare Aufgaben, die von den Schülern trotzdem scheinbar „gelöst" werden können.

Stella Baruk stellte im Jahr 1989 an 97 Zweit- und Drittklässlern folgende Aufgabe:
„Auf einem Schiff befinden sich 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?" (→ daher der in der Fachliteratur gebräuchliche Ausdruck „Kapitänsaufgaben"!) 80% der Schüler berechneten das Alter so: 26 + 10; Der Kapitän ist 36 Jahre.

Hendrik Radatz lies 1983 333 Kindern ähnliche Kapitänsaufgaben lösen. Sie konnten von

- ca. 10 % der Erstklässler
- ca. 30 % der Zweitklässler
- ca. 60% der Dritt- und Viertklässler
- ca. 45 % der Fünftklässler

„gelöst" werden! (vgl. Gaidoschik 2006, S 12)

Aus diesen Ergebnissen ließe sich jetzt der Schluss ableiten: Je länger ein Kind die Schule besucht, desto höher wird die Wahrscheinlichkeit, dass der Schüler eine faktisch unlösbare Aufgaben „lösen" kann.

Der Grund dafür scheint in der „**Ergebnisorientiertheit**" unseres Mathematikunterrichts zu liegen. Wichtig ist das Ergebnis. All zu oft wird es in unserem herkömmlichen Unterricht überbewertet, ein einziger Lösungsweg, nämlich nur der gemeinsam eingelernte, ist gewünscht. Eigene, selbst gefundene Lösungswege sind unerwünscht oder aus Zeitgründen nicht durchführbar.

Wichtig war mir bei den „**Kapitänsaufgaben**", von den Kindern Begründungen zu bekommen, WARUM diese Aufgaben nicht lösbar sind.

5.1.3 Weitere Übungen zur Entwicklung von Textkompetenz

Als weitere sinnvolle Übungen zur Entwicklung von Textkompetenz wurden eingesetzt:

- Übersichtliche Gestaltung des Textes (z. B.: nur ein Satz pro Zeile)
- Erzählen der Texte mit eigenen Worten
- Vereinfachung des Textes auf das unbedingt notwendige Maß
- Aussieben überflüssiger Informationen
- Ergänzen fehlender Informationen

5.1.4 Überprüfung der Lösung in Bezug zur Realität

Errechnete Ergebnisse, dass die Großmutter 276 Jahre alt ist, werden von manchen Schülern, ohne Überprüfung der Plausibilität, einfach akzeptiert. Daher schien es mir notwendig, die Schüler mit Beispielen, wie unten angeführt, für die Überprüfung der Lösung in Bezug zur Realität zu sensibilisieren:

Frieda hat in ihrem Garten eine Sonnenblume ausgesät. In der letzten Woche ist die Pflanze 5 cm gewachsen. Wie viele cm ist die Blume nach 104 Wochen gewachsen?

Rechnung:

Antwort: Die Sonnenblume ist nach 104 Wochen ___ cm gewachsen.

Wie findest du diese Aufgabe?

(vgl. Burmester und Bönig ,1993)

Radatz nimmt an, dass die Arithmetik und ihre Anwendungen von vielen Schülern *„als eine Art Spiel mit künstlicher Regelhaftigkeit und ohne besondere Beziehungshaltigkeit zur außerschulischen Realität*" angesehen wird. "(Radatz/Schipper 1983, S 215)

Daher war mir zunächst wichtig, den Schwerpunkt meiner Unterrichtsarbeit unter das Motto „Der Weg ist das Ziel" zu stellen. Im Vordergrund stand nicht das rasche Ausrechnen des Ergebnisses, sondern, neben der Verbesserung der Text-Kompetenz, die intensive Beschäftigung mit der Sache selbst und die Erklärung der Lösungsstrategie durch den Schüler. Eine rechnerische Lösung wurde zuerst nicht durchgeführt. Ergebnisse waren zweitrangig und wurden, wenn überhaupt, zum Schluss geschätzt und auf Plausibilität überprüft. (Was könnte ungefähr herauskommen?) Weiters war es mir wichtig, Zeitdruck bei der Bearbeitung des Sachproblems zu vermeiden. Daher wurden im Unterricht manchmal nur einige wenige Aufgaben behandelt.

Dass den Schülern genug Zeit gegeben werden sollte, unterstützt auch Marianne Franke (2003, S 80), wenn sie meint:

> *Um bei den Kindern Verständnis für das Sachproblem zu erreichen, muss ihnen im Unterricht genügend Zeit zum Aufbau eines eigenen individuellen Situationsmodells gegeben werden.*

5.2 Prozessorientierung oder „Der Weg ist das Ziel!"

Wichtiger als das Ausrechnen von Ergebnissen der Sachaufgaben ist daher das Erkennen und Besprechen von Lösungswegen und Strategien. Das Ziel ist, neue Sachprobleme besser bewältigen zu können (vgl. Wagemann 1988). Dies wird durch Aussagen von Fachleuten bekräftigt:

> *Im Sachrechnen ist ein Umdenken erforderlich: Die Lösungsprozesse müssen mehr in den Blick genommen werden, um den Kindern selbstständiges Bearbeiten subjektiv neuer Sachsituationen zu ermöglichen.*" (Mersmann 2001, S 27)
>
> *„Man behält 95% von dem, was man selbst erarbeitet, oder durch eigene Handlung erfahren hat.*" (Lewe 2001, S 11)
>
> *Gute Sachaufgaben dienen dazu, Problemlösekompetenz zu schulen.* (Gaidoschik, 2006, S 14)

Geeignet dafür schienen mir unter anderem:

5.2.1 Fermi-Aufgaben

Bei **Fermi-Aufgaben**, benannt nach dem italienischen Atomphysiker Enrico Fermi (1901-1954), handelt es sich um Aufgaben, die im ersten Moment unlösbar scheinen, jedoch mit Hilfe von Sachwissen und Annäherung gelöst werden können.

Im Mittelpunkt der Aufgaben steht das Finden eines Lösungsweges, nicht das Rechnen.

„Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago? – Dies ist wohl die bekannteste Fermi-Frage. Zunächst hat man nicht die leiseste Ahnung, wie die Antwort lauten könnte, und man ist sich ziemlich sicher, dass zu wenig Informationen angegeben sind, um überhaupt eine Lösung finden zu können. Wenn man jedoch die Frage in Unterprobleme aufspaltet und mutig einige plausible Annahmen macht, gelangt man schnell zu einer Näherungslösung: Chicago hat etwa drei Millionen Einwohner, eine Durchschnittsfamilie besteht aus vier Personen und ein Drittel aller Familien besitzt ein Klavier. Also gibt es 250.000 Klaviere in dieser Stadt. Wenn jedes Klavier alle zehn Jahre gestimmt wird, dann sind das 25.000 Stimmungen pro Jahr. Wenn jeder Klavierstimmer sich pro Tag um vier Klaviere kümmern kann, dann kommt er an 250 Arbeitstagen im Jahr auf 1000 Stimmungen, also muss es etwa 25 Klavierstimmer in dieser Stadt geben. (www.ph-linz.at/boe/denkstrategien/prozessmathematik.htm 2007)

Die Antwort ist nur als Annäherung möglich, wichtig ist, zu erkennen, dass die gefundenen Lösungen im „richtigen Bereich“ liegen.

Die in meiner Klasse gestellte Aufgabe lautete:

Lehrer: „Ich habe heute im Radio gehört, dass auf der Autobahn ein Stau 3 km lang war. Wie viele Autos waren das?" (vgl. Gaidoschik 2006, S 15)
Sofort meinten einige Schüler dass man das nicht berechnen könne, und diese Aufgabe eine „Unsinnsaufgabe" sei. Nachdem ich die Schüler aufgefordert hatte, ihr „Wissen" über Autos zu nützen, begann eine rege Diskussion. Es wurde beraten, wie lange ein Auto sei. Es wurden Vorschläge von 1 m bis 7 m vorgebracht. Ein Schüler wusste, dass das neue Auto seiner Eltern ca. 4 m lang ist. Nachdem einige Schüler sofort errechnet hatten, wie viele Autos von 4 m Länge in 3 km Stau Platz haben, kamen aber Einwände von Mitschülern, dass ja auch Lastwagen und Autobusse auf der Autobahn stehen. Nun wurde beraten, wie lange ein Lastauto oder ein Bus ungefähr sind und in welchem Verhältnis Autos und Lastwagen stehen. Nachdem gemeinsam eine Lösung gefunden war, meldete sich eine Schülerin mit dem Einwand, dass ja die Autos nicht Stoßstange an Stoßstange stehen würden, sondern zwischen den Fahrzeugen ein Abstand sei. Diese müsse auch berücksichtigt werden. Bald war dann eine „richtige" Lösung gefunden.

Natürlich dauerte die Lösung der Aufgabe sehr lange, war aber für die Schüler sehr motivierend.

Eine weitere Gruppe von Aufgaben, die der Entwicklung von Problemlösefähigkeiten dienen, sind:

5.2.2 Fantasiegeschichten, Knobel- und Denksportaufgaben.

Aufgaben, wie zum Beispiel:

Eine Schnecke in einem 20 m tiefen Brunnen will nach oben auf die Wiese. Sie kriecht am Tage immer 5 m hoch und rutscht nachts im Schlaf wieder 2 m nach unten. Am wievielten Tag erreicht sie den Brunnenrand? (Rechenigel 3, Erarbeitungsteil, S 98)

wurden vermehrt bearbeitet.

Eine rein rechnerische Lösung des Problems war hier nicht möglich. Die Schüler mussten sich mit der Sachsituation auseinandersetzen, die Sachsituation nachspielen, Skizzen zeichnen, Hypothesen aufstellen und überprüfen.

Bewusst wurde beim Suchen eines Lösungsweges die Unterrichtsform der **Gruppenarbeit** und **Partnerarbeit** eingesetzt. Das zielorientierte Besprechen einer Aufgabe, der Erfahrungsaustausch und die kritische Fragen wurden von den Kindern sehr positiv aufgenommen.

Als **Lehrer** hatte ich nun folgende, veränderte Aufgaben:

- Beratung und Moderierung von Gesprächen
- Beobachtung der Lernprozesse und, wenn nötig, individuelle Hilfestellung
- Bereitstellung von geeignetem Material zur Verdeutlichung einer Sachsituation

5.3 Mut zum Fehler

> *„Kreative Leute ...machen ständig Fehler. Dumme wiederholen dauernd die gleichen".* (Spiegel/Selter 2003, S 36)
>
> *„Die Angst vor Fehler hindert uns daran, Neuland zu betreten. Wir flüchten uns in Automatismen ohne jegliche Einsicht und ohne Erkenntnisgewinn."*(Spiegel/Selter 2003, S 37)

Den Fehler als Chance zur erneuten Beschäftigung mit der Aufgabe zu sehen, wurde nun wichtig. Die Schüler reflektierten ihre Lösungswege, rückten die „reale Handlung" wieder in Vordergrund und überprüften sie noch einmal.

So wurden Schüler aufgefordert, zu erklären, wie die falsche Lösung eines anderen Kindes entstanden ist. Wichtig war, die Kinder nicht bloßzustellen, sondern den Fehler als Lernanlass zu begreifen. Dies bot auch für andere Kinder die Gelegenheit, die Aufgabe noch einmal zu durchdenken. Spiegel/Selter (2003, S 36) sehen im Fehler „einen positiven Vorgang, der Ausgangspunkt zum Weiterlernen, zum Suchen und Entdecken von Zusammenhängen ist".

5.4 Sachrechnungen im Schulbuch

Der Hauptteil der Sachrechnungen des in meiner Klasse verwendeten Schulbuches „Zahlenreise 4" besteht aus eingekleideten Aufgaben und Textrechnungen. Sie folgen den zuvor neu gelernten und fleißig geübten Rechenverfahren. Wirkliche (offene) Sachaufgaben, aus denen Rechenanlässe entnommen werden können, sind nicht vorhanden. Ebenso fehlen Sachbilder, aus denen die Schüler Sachrechnungen finden können, die für sie interessant sind. (vgl. Rechenigel 3, 2003)

Positiv sind eigene Seiten mit Rechenrätseln (z.B.: S 128) und Kapitänsaufgaben, wobei auf diese mit einem Rufzeichen am Seitenende aufmerksam gemacht wird. Dies ist, meiner Meinung nach, unnötig!

Es gibt viele Seiten mit „Sachproblemen", auf denen leider in der Überschrift bereits mitgeteilt wird, was zu tun ist. Ich möchte dies exemplarisch an den Aufgaben zum Thema „Division" aufzeigen:

„SACHPROBLEME LÖSEN – DIVISIONEN" (vgl. Brunner. u. a., 2005, S 76). steht als Überschrift da. Für einen durchschnittlichen Schüler ist für die Lösung dieser Aufgaben keine intellektuelle Leistung mehr notwendig. Es wird ja bereits in der Überschrift bekannt gegeben, was er zu tun hat - nämlich: dividieren.

Wie in allen Schulbüchern werden die Texte von Erwachsenen für Kinder geschrieben. Dies erkennt man bei Beispiel 4 recht deutlich:

„Ein junges Ehepaar nimmt für eine Eigentumswohnung einen Kredit von 88.200 € auf. Der Kredit muss in 15 Jahren zurückgezahlt werden. Wie hoch ist die jährliche Rückzahlung?" (Brunner, 2005, S 76)

Wo wird bei diesem Beispiel die Forderung der Mathematik-Didaktiker, Aufgaben aus dem Erfahrungsbereich und der Lebenswelt der Kinder auszuwählen, berücksichtigt? Marianne Franke sieht in der wenig motivierenden Themenauswahl eine Hauptursache für die Probleme und die Unlust mancher Schüler, Sachrechnungen durchzuführen. (vgl. Franke 2003, S 19) Welcher zehnjährige Schüler hat schon einen Kredit aufgenommen? Die Aufgabe ist zudem weltfremd, weil weder Zinsen, noch Bearbeitungsgebühren berücksichtigt werden. Obwohl dem Schüler die Sachsituation nicht bekannt ist, wird er dieses Beispiel wahrscheinlich sofort lösen können, ohne den Text zu lesen. In diesem stechen eine *große Zahl* und eine *kleine Zahl* hervor. In der Überschrift steht auch schon die *geforderte Rechenoperation*. Es ist auch nur ein Lösungsweg möglich. Das einzige Problem stellt nun nur mehr die Antwort dar. Diese kann aber, durch Umstellung der Satzglieder der Frage, schnell formuliert werden.

Rotraud Dröge (1994) fordert in ihrem Beitrag auf, **Buchbeispiele** selbst so zu **verändern**, das daraus Sachaufgaben werden, „bei denen sich das Rechnen lohnt" Ich möchte dies an einem Beispiel darlegen:

„Sinnlehre" Sachaufgabe	„Sinnvolle" Sachaufgabe
Eine Runde im Stadion ist 400 m lang. Wie viele Meter sind 5 Runden? (vgl. Dröge, 1994)	Bei der Laufolympiade in Amstetten laufen alle Schüler je 50 m. 7 Schüler der 3. Klasse und 12 Schüler der 4. Klasse laufen zusätzlich auch noch beim 600 m Lauf mit. Eine Runde auf dem Sportplatz ist 400 m lang. Die 3. Klasse hat 20 Schüler, die 4. Klasse hat 17 Schüler. Die Aufgabe ist offen. Was könnte man ausrechnen? Was interessiert mich ? • Wie viele Runden wären das hintereinander? • Wie viele Schritte muss ich bei 400 m laufen? u.s.w.

5.5 Selbst Sachaufgaben erfinden

Selbst Sachaufgaben zu erfinden, war für Kinder eine neue, ungewohnte Herausforderung. Nach gewissen **Anfangsschwierigkeiten**, war das Erfinden eigener Sachaufgaben bei meinen Schülern sehr beliebt.
Die Anfangsschwierigkeiten bestanden darin, dass sie Sachaufgaben erfanden, die lebensfern waren und eher vom Rechnerischen geleitet

wurden. (z. B. In der Rechnung mussten unbedingt eine Division und eine Subtraktion vorkommen; das Zahlenmaterial war nicht realistisch; die sachliche Richtigkeit und Lebensnähe war nicht gegeben). Diese Probleme führten zu angeregten Diskussionen über realistisches Zahlenmaterial → Was wollen wir wissen? Was interessiert uns bei diesem Thema? (*Was kostet ein Liter Milch ? Wie schwer ist ein Auto wirklich? u.s.w.*) Die Schüler erkannten bald, dass die ersten erarbeiteten Texte und Fragen nicht wirklich interessant für die „Erhellung" eines Sachverhaltes waren.

Besonders ergiebig sind Themen, die im **Sachunterricht** behandelt werden, Fragen aufwerfen, deren mathematische Lösung für die Kinder interessant ist. Motivierend ist auch, dass diese Themen ja aus dem unmittelbaren Erlebensbereich der Kinder stammen. So war zum Beispiel in unserer Klasse das Thema „Wasser" ein Thema, bei dem Fragen entstanden, aus denen die Schüler selbst Sachaufgeben entwickelten, „bei denen sich das Rechnen lohnt" (vgl. Dröge, 1994). Solche Fragen waren zum Beispiel: *Wie viel Wasser geht in einem Tag verloren, wenn ein Wasserhahn tropft? u.s.w.*

Bei der Erstellung der Aufgaben wurde gemessen, Informationen mussten eingeholt oder untereinander ausgetauscht werden. Die Texte wurden dann auch anderen Schülern vorgelesen, gemeinsam auf Verständlichkeit, Lösbarkeit, und Sinnhaftigkeit überprüft und gegebenenfalls abgeändert. Die Sache stand im Mittelpunkt des Interesses.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, zu **vorgegebenen Rechnungen** einen Text zu finden. Dazu ist es nötig, das gegebene Zahlenmaterial in einen Kontext zu bringen, in dem die Zahlen passend sind. (*Bei welchem Thema kommen Zahlen in dieser Größenordnung vor?*)

Eine solche Aufgabe wurde beim „Mathematik-Bezirkswettbewerb 2005 für die 4. Klassen" (Korn 2005) gestellt:

Eine Sachaufgabe bei der letzten Mathematikschularbeit hat Gerold völlig richtig so gelöst:

2,50 €	10,00 €
6,75 €	- 9,25 €
9,25€	0,75 €

A: Sandra erhält 0,75 € von der Verkäuferin zurück.

Wie könnte diese Sachaufgabe gelautet haben?

Erfinde einen Text, der genau zu Gerolds Lösung passt!

Von den erfundenen Texten sind hier zwei angeführt:

- (Niklas) *Sandra kauft ein. Sie kauft eine Füllfeder um 6,75 € und einen Glitzerstift um 2, 50 €. Sie hat einen 10 € - Schein mit. Wie viel bekommt sie von der Verkäuferin zurück?*
- (Markus) *Sandra kauft Schulsachen. Eine Federschachtel um 6,75 € und drei Hefte, die zusammen 2,50 € kosten. Wie viel € und c bleiben ihr übrig, wenn sie mit einem 10 € - Schein bezahlt?*

Schon in der 1. Klasse sollte mit selbst erfundenen Rechengeschichten begonnen werden. So meinen Lorenz/Radatz (1993) über selbst formulierte Rechengeschichten:

> *Eine überaus wichtige Lernform ist es, die Schüler vom 1. Schuljahr an anzuhalten, zu vorgegebenen Termen oder Gleichungen, Rechengeschichten selbst zu erzählen bzw. in den späteren Schuljahren selbst erfundene Sachaufgaben aufzuschreiben.*

Marianne Franke (1993, S 149) meint dazu:

> *Das Bilden von Sachaufgaben durch die Schüler bewirkt eine hohe Motivation der Schüler. Es beflügelt ihre Fantasie und erlaubt ihnen, sich mit Situationen zu beschäftigen, die sie wirklich interessieren. Auf diese Weise findet eine natürliche Differenzierung statt, denn die Kinder werden sowohl vom Kontext als auch von den mathematischen Anforderungen ihrem Leistungsniveau entsprechend arbeiten.*

Die Rückführung auf eine Sachsituation zeigt dem Lehrer auch, ob der Schüler ein Operationsverständnis entwickelt hat. Ein fehlendes Operationsverständnis macht es ihm unmöglich, die verschiedenen

Grundrechnungsarten einer „Sachsituation" zuzuordnen (vgl. Gaidoschik 2006, S 12).

Anfang des 2. Semesters bat ich daher die Kinder unserer 1. Klasse, mir zu zwei vorgegebenen Rechnungen (4 + 3; 7 – 2) eine Rechengeschichte zu erfinden. Sie sollten sie entweder zeichnen oder auch, wenn möglich, aufschreiben. Nachfolgend einige Beispiele:

4 + 3

- *„Phillip hat 4 Äpfel und Sebastian hat 3 Äpfel. Wie viel haben sie gemeinsam?"*
- *„Susi hat 4 Erdbeeren gepflückt und dann pflückt sie noch 3 Erdbeeren."*

  Die zeichnerische Lösung schaute häufig so aus:

  Es wird zuerst ein Apfelbaum gezeichnet. Auf der linken Seite fallen 4 Äpfel herunter, auf der rechten Seite 3. Neben dem Baum steht ein Kind mit einem Korb. (Erklärt wird die Zeichnung so: „Das Kind gibt zuerst die 4 Äpfel in den Korb, dann die 3 Äpfel von der anderen Seite. Zusammen sind es dann 7 Äpfel im Korb.")

7 – 2

- *„Felix hat einen Apfelbaum gepflanzt. Der Apfelbaum trägt 7 Äpfel und dann kommt der Wind und weht 2 Äpfel herunter."*
- *„Gregor hat 7 Knöpfe und Sebastian kriegt 2 davon."*
- *„Thomas hat 7 Murmeln. 2 verliert er."*
- *„7 Semmeln liegen auf dem Tisch und 2 bekommt Martin. Wie viele bleiben am Tisch?"*
- *Johannes hat sieben Zwetschken. Martin isst zwei Zwetschken.*
- *„Mino hat 7 Kugeln. Er schenkt 2 her."*

Nicht allen Schülern war es möglich, passende Rechengeschichten zu finden. Einige Schüler erfanden Geschichten, die in keinem Zusammenhang mit der vorgegebenen Rechnung standen. Zwei Schüler konnten keine Rechengeschichte aufschreiben. („Mir fällt nichts ein!")

Eine weitere Möglichkeit war, **Zeitungsberichte zu mathematisieren.** Zeitungsberichte bieten eine gute Gelegenheit, sie auf „rechenswerte" Aufgaben hin zu untersuchen. (z.B.: Die Stadt XY feiert heuer ihr 950 Jahr-Jubiläum, etc.)

Selbst erfundene Sachaufgaben haben eine **wichtige Funktion**
(vgl. Baumann u.a. 1999, S 75):

- Die Schüler entwickeln selbst eine Sachaufgabe, der Text stammt von den Schülern und ist daher leichter verständlich.

- Das verwendete Zahlenmaterial muss stimmen. Informationen müssen eingeholt werden. Strategien zu Informationsgewinnung müssen gefunden werden.

- Bei der Erarbeitung der Aufgaben findet automatisch eine „innere Differenzierung" statt. Leistungsstarke Schüler werden komplexere Aufgaben finden, leistungsschwächere einfachere.

- Das Erfinden von Rechengeschichten macht Spaß. Es regt die Kinder an, auch bei andern Themen „berechnenswerte" Fragestellungen zu finden.

Schlusswort

Sachrechnen hat, durch die intensive Beschäftigung mit diesem Thema im Rahmen des Akademielehrganges Mathematik und der Vorbereitung für die Projektarbeit, für mich und daher auch für meinen Unterricht einen besonders hohen Stellenwert bekommen. Es war mir wichtig, mich kritisch mit meinem bisherigen Unterricht auseinanderzusetzen, neu gewonnene Erkenntnisse aus dem Akademielehrgang „Lernberater Mathematik" in der Praxis umzusetzen. Der Erfahrungsaustausch mit Kollegen und die

Diskussionen über aufgetretene Probleme waren motivierend für die weitere Arbeit.

Nicht überall ist mir die Umsetzung in die Praxis sofort gelungen. Auftretende Problemstellungen veranlassten mich, mich eingehender mit der Fachliteratur zu beschäftigen. Befruchtend war auch der ständige Erfahrungsaustausch und die Gespräche mit meinem Kollegen Franz Korn.

Manchmal war der strenge zeitliche Rahmen der Institution Schule hinderlich, da ich nur jeweils eine Stunde Mathematik pro Tag unterrichtete. Durch Stundentausch und Zusammenlegung von Stunden konnten auch hier oft Lösungen gefunden werden. So war gewährleistet, dass die Schüler nicht mitten bei der Problemlösung aufhören mussten.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass mein Unterricht des letzten Jahres verstärkt auf den Erwerb von Problemlösungsfähigkeit und Textlösungskompetenz ausgelegt war. Dazu war es wichtig, den Schülern Zeit zu geben, selbst Lösungswege zu finden, sich mit einer Sache genauer auseinanderzusetzen. Knobel- und Denksportaufgaben wurden gerne gelöst. Fehler wurden positiv aufgenommen, und forderten zur erneuten Beschäftigung mit der Aufgabe auf.

Als Konsequenz des veränderten Unterrichts konnte ich feststellen, dass die Schüler von sich aus Sachrechnen wollten und eifrig bei der Sache waren. Sie meinten auch, dass ihnen der „neue“ Unterricht besser gefalle, als der „alte“.

Bei dem jährlich in unserem Schulbezirk durchgeführten Bezirkswettbewerb Mathematik erreichten diese Schüler den 3. Platz. Vielleicht hat der veränderte Unterricht einen Teil dazu beigetragen.

LITERATURVERZEICHNIS

Baumann, H.; Maier, B.; Hengartner, E.: Sachaufgaben zur Freizeit erfinden. In: Hengartner E. (Hg.):*Mit Kindern lernen*, Zug: Klett und Balmer 1999, S 75

Blum, W.: Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. In: *Mathematische Semesterberichte*, Heft 2 / 1985, S 195 – S 232

Brunner, E. u. a: Zahlenreise 4, Übungsteil B . Linz: Veritas Verlag 2005

Burmester, K.; Bönig, D. : Sachaufgaben – Damit wir in der Wirklichkeit Bescheid wissen. In: *Grundschulunterricht*, Heft 10, S 13 – 14. Cornelsen 1993

Dröge, R.: Kann es Sachaufgaben geben, bei denen sich sogar das Rechnen lohnt?
In: *Praxis Grundschule*. Heft 2, S20-21. Braunschweig: Westermann 1994

Erichson, C.: Simulation und Authentizität. In: Baum, Monika, Wielpütz Hans (Hg): *Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch*. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung 2003 S 185-186

Franke, M.: *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg – Berlin: Spektrum Akademischer Verlag 2003

Fricke, A.: *Sachrechnen*. Stuttgart: Klett 1987

Gaidoschik, Michael: *Größen und Sachrechnen – Skriptum zum Akademielehrgang „Lernberater Mathematik"*. Wien: 2006

Kempinsky, H.: *Der Rechenlehrer der Kleinen*. Leipzig: Dürr’sche Buchhandlung 1923

Korn, F.: *Mathematik-Bezirkswettbewerb*. Kürnberg: 2005

Lewe, H.: Sachsituationen meistern. In *Grundschulmagazin* Heft 7-8/2001. München: Oldenbourg Schulbuchverlag S 8-11

Lorenz, J. H.; Radatz H.: *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel-Verlag 1993 S 143-151

Kühnel, J.: *Lebensvoller Rechenunterricht*. Leipzig: Klinkhardt (5.Auflage) 1949

Mersmann, C.: Wie alt ist der Kapitän? In: *Grundschulmagazin* Heft 7-8/2001. München: Oldenbourg Schulbuchverlag S 27-30

Müller G.: Kinder rechnen mit der Umwelt. In: Müller G., Wittmann E.Ch. (Hg.): *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt: AK Grundschule 1995, S 56

Radatz, H.; Schipper, W.: *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel-Verlag 1983, S 215

Spiegel, H.; Selter C.: *Kinder & Mathematik – Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer (3. Auflage) 2006

Steiner, G.: *Rechenigel 3 - Erarbeitungsteil,* Wien: Reniets-Verlag, 2003 S 95

Wagemann, E.B.: *Bausteine zu einer Methodik des Mathematikunterrichts*. Gießen: Universität 1988