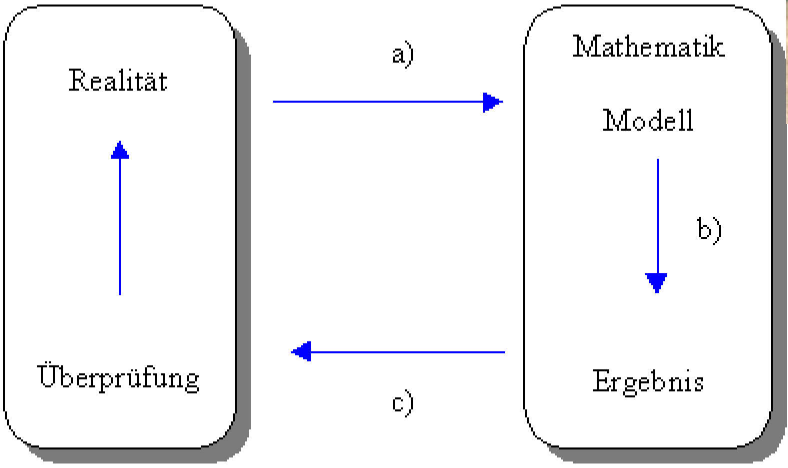
Modellbildung



Die Abbildung zeigt den Modellbildungskreislauf mit den Schritten:
a) Modellieren → b) Lösen → c) Interpretieren → d) Überprüfen
Untersuchung des Wasserglases als Rotationskörper

Ein Vorschlag für ein Modell der Randkurve ist ein Polynom 5. Grades

$f(x) = a\,x^5 + b\,x^4 + c\,x^3 + d\,x^2 + e\,x + f$ mit a,b,c,d,e,f aus R

Dazu werden 6 Bedingungen benötigt:

P(3,6/2,04); Q(10,7/4,08); R(12,5/3,5); S(0/3); P Minimum; Q Maximum

$f'(3{,}6)=0$ und $f'(10{,}7)=0$

Lösung mit Derive

Algebra 2 wasserglas.dfw

#1: SOLVE($[a\cdot 3.6^5 + b\cdot 3.6^4 + c\cdot 3.6^3 + d\cdot 3.6^2 + e\cdot 3.6 + f = 2.04,\ a\cdot 10.7^5 + b\cdot 10.7^4 + c\cdot 10.7^3 + d\cdot 10.7^2 + e\cdot 10.7 + f = 4.08,\ a\cdot 12.5^5 + b\cdot 12.5^4 + c\cdot 12.5^3 + d\cdot 12.5^2 + e\cdot 12.5 + f = 3.5,\ f = 3,\ a\cdot 5\cdot 3.6^4 + b\cdot 4\cdot 3.6^3 + c\cdot 3\cdot 3.6^2 + d\cdot 2\cdot 3.6 + e = 0,\ a\cdot 5\cdot 10.7^4 + b\cdot 4\cdot 10.7^3 + c\cdot 3\cdot 10.7^2 + d\cdot 10.7 + e = 0],\ [a, b, c, d, e, f]$)

Gleichungssystem lösen

#2: $[a = 2.468358556\cdot 10^{-5} \wedge b = -0.001478506057 \wedge c = 0.01763717394 \wedge d = -3.581228203\cdot 10^{-5} \wedge e = -0.4302802326 \wedge f = 3]$

Parameter gelöst

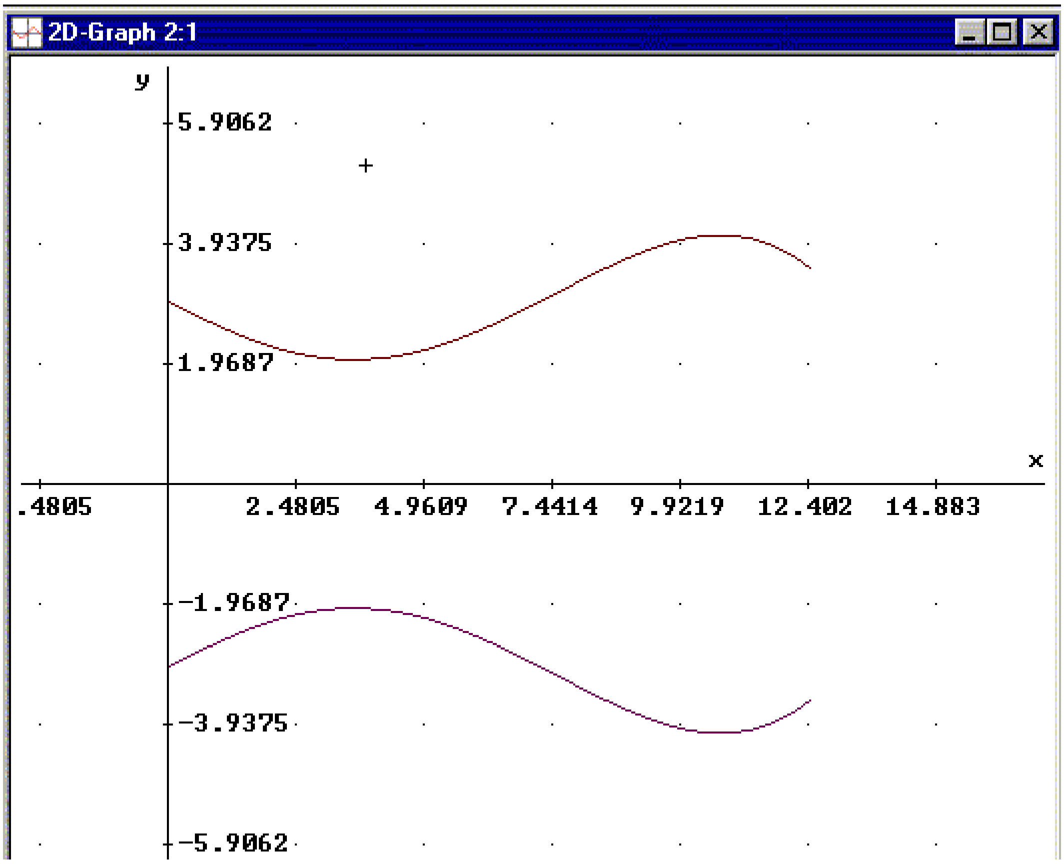
#3: $y := 2.468358556\cdot 10^{-5}\cdot x^5 - 0.001478506057\cdot x^4 + 0.01763717394\cdot x^3 - 3.581228203\cdot 10^{-5}\cdot x^2 - 0.4302802326\cdot x + 3$

ganz-rationale Funktion 5. Grades

#4: IF($x > 0 \wedge x < 12.5$, y)

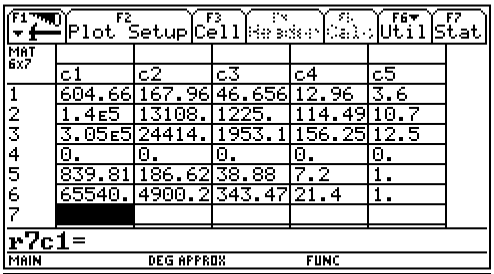
#5: IF($x > 0 \wedge x < 12.5$, -y)

Zeichnen der Graphen im Definitionsbereich

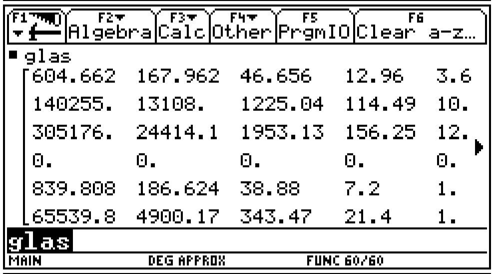


Lösung mit 

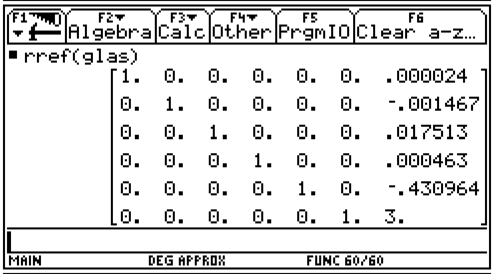
Matrixeingabe



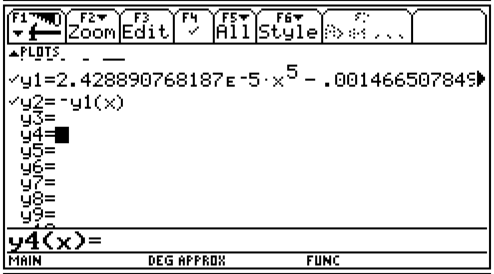
6 Zeilen, 7 Spalten



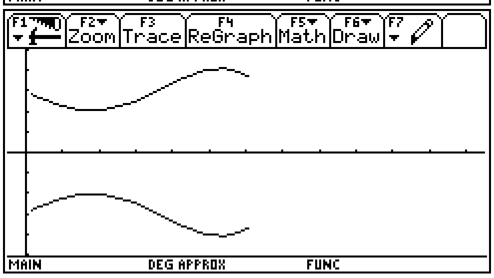
Auflösung in Diagonalform



Bestimmung der Funktionsgleichung

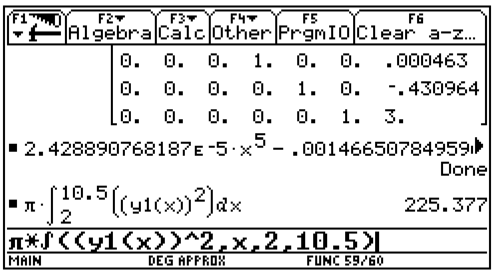


"Schnitt durch das Glas"



Volumenbestimmung des Rotationskörpers mit einem Glasboden von 2 cm Dicke.

Das Ergebnis mit 225 cm³ kommt der Wirklichkeit sehr nahe. Die Wandstärke des Glases ist nicht berücksichtigt.



Quelle: Okt. 2001, Hubert Massin, Studienseminar SII Mönchengladbach
http://www.mathekiste.de/derive/arbeitsbericht.htm

Ergänzt von Karin Schachner
Lösungsvorschlag mit WIRIS